

MAGYARORSZÁGI VETÜLETI RENDSZEREK KÖZÖTTI ÁTSZÁMÍTÁSOK

Dr. Völgyesi Lajos, dr. Tóth Gyula, dr. Varga József
Budapesti Műszaki Egyetem
Felsőgeodézia Tanszék
H-1521 Budapest

ÖSSZEFOGLALÁS

Amikor egy adott területen egyidejűleg több különféle vetületi rendszert alkalmazunk, az egyes rendszerek átfedési területein rendszeresen felmerül az átszámítás szükségessége. Az átszámítások azonban nem mindig végezhetőek el zárt matematikai összefüggések felhasználásával, és ilyenkor a transzformáció helyes módszerének megválasztása nem egy esetben komoly problémát jelent. Ezért a magyarországi vetületi rendszerek és alapfelületeik közötti bármely viszonylatban elvégezhető átszámításokra olyan algoritmust és számítógépes programrendszert dolgoztunk ki, melynek használata a komolyabb vetülettani ismeretekkel nem rendelkező felhasználók számára sem okozhat nehézséget.

1. BEVEZETÉS

Magyarországon a geodéziai alapok többszöri (általában indokolt) megváltoztatása az alkalmazott vetületi rendszerek sokféleségét eredményezte. Geodéziai célokra három sztereografikus vetületi rendszert használtak, és a szögtartó érintő hengervetületekből is három rendszerre volt szükség. A Gauss-Krüger és az UTM vetület 6° -os sávjából is kettő fedti az országot, tehát egyfajta vetületből is több van használatban. Ezenkívül Magyarország területének egészén az Egységes Országos Vetületi rendszer (EOV) is bevezetésre került. A magyarországi sztereografikus és a szögtartó érintő hengervetületi rendszerek közös alapfelülete a Bessel ellipszoidhoz simuló régi magyarországi Gauss-gömb, az EOV alapfelülete az IUGG-67 ellipszoidhoz simuló új magyarországi Gauss-gömb, a Gauss-Krüger-féle vetületek alapfelülete pedig nálunk a Kraszovszkij ellipszoid. Ráadásul az utóbbi időkben a GPS technika alkalmazásával WGS-84 ellipszoidi, vagy geocentrikus térbeli derékszögű koordinátákat kapunk eredményül, sőt újabban a nemzetközi kapcsolatokban egyre gyakrabban szükséges az UTM rendszer használata is. A képet tovább bonyolítja, hogy a fenti rendszereken kívül használnak még katonai sztereografikus

koordinátákat, Budapest területén városi sztereografikus koordinátákat, sőt az ország néhány községében vetület nélküli rendszert is.

Amikor egy bizonyos területen egyidejűleg többfajta vetületi rendszert alkalmazunk, az egyes rendszerek átfedési területein rendszeresen felmerül az átszámítás szükségessége. Hasonló a helyzet, amikor valamely vetületi rendszernek több sávja van (pl. a Gauss-Krüger vagy az UTM vetületnél), ekkor a szomszédos sávok csatlakozása környékén kell gyakran átszámítani koordinátákat. Általánosságban: amikor térképeink vetületi rendszere más, mint a rendelkezésre álló alappontoké, akkor a méréseink eredményeit át kell transzformálnunk a térkép vetületi rendszerébe, hogy azon ábrázolni tudjuk.

Az átszámítások vagy az ún. koordináta módszerrel (zárt matematikai összefüggések felhasználásával), vagy mindkét rendszerben ismert koordinátájú ún. azonos pontok felhasználásával előállított transzformációs összefüggések alkalmazásával (általános sorokkal) hajthatók végre.

Zárt matematikai összefüggésekkel történő szabatos átszámításra csak az azonos alapfelülethez tartozó vetületi rendszerek esetében van lehetőség csakis abban az esetben, amikor a két vetületi rendszerben ugyanazon háromszögelési hálózatnak, ugyanabból a kiegyenlítésből származó pontjait ábrázoljuk. Ha ugyanis az egyik vetületről olyan pontot számítunk át a másikra, mely más háromszögelési hálózathoz tartozik, akkor az átszámított koordináták nem illeszkednek megfelelően a kérdéses vetületi síkon ábrázolt háromszögelési hálózat pontjai közé, tekintetbe véve a két háromszögelési hálózat különböző elhelyezéséből, tájékozásából, külön alapvonal rendszeréből és egymástól teljesen független szögméréseiből adódó különbségeket. A háromszögelési hálózatnak újabb mérésekkel történő finomítása, vagy új kiegyenlítése következtében ugyanis megváltoznak a vízszintes alappontok alapfelületi és így a vetületi síkkoordinátái is. Hasonló következményekkel jár az alapfelület paramétereinek megváltoztatása még akkor is, ha a háromszögelési hálózatot egyébként nem változtatjuk meg. A hálózat tájékozásának megváltoztatása (az alapfelület elforgatása) nem akadály a szabatos átszámításnak. A koordináta módszer alkalmazása esetén az átszámítások az irodalomjegyzékben feltüntetett művekben megtalálható zárt matematikai összefüggésekkel valósíthatók meg.

Minden olyan esetben, amikor az előbbi feltételek közül bármelyik is nem teljesül, az átszámítás zárt matematikai összefüggések felhasználásával nem végezhető el. Ekkor az átszámítás csak korlátozott pontossággal, például mindkét vetületi rendszerben ismert koordinátájú ún. azonos pontok felhasználásával előállított transzformációs összefüggések alkalmazásával, általános sorokkal lehetséges. Ebben az esetben az átszámításokhoz az azonos pontok számától függően legfeljebb ötödfokú sorok alkalmazhatók. Például az *I.* vetületi rendszer x, y koordinátái és a *II.* vetületi rendszer x', y' koordinátái közötti kapcsolat az

$$\begin{aligned}
x' &= A_0 + A_1x + A_2y + A_3x^2 + A_4xy + A_5y^2 + A_6x^3 + A_7x^2y + A_8xy^2 + A_9y^3 + \\
&A_{10}x^4 + A_{11}x^3y + A_{12}x^2y^2 + A_{13}xy^3 + A_{14}y^4 + A_{15}x^5 + A_{16}x^4y + A_{17}x^3y^2 + \\
&A_{18}x^2y^3 + A_{19}xy^4 + A_{20}y^5 \\
y' &= B_0 + B_1x + B_2y + B_3x^2 + B_4xy + B_5y^2 + B_6x^3 + B_7x^2y + B_8xy^2 + B_9y^3 + \\
&B_{10}x^4 + B_{11}x^3y + B_{12}x^2y^2 + B_{13}xy^3 + B_{14}y^4 + B_{15}x^5 + B_{16}x^4y + B_{17}x^3y^2 + \\
&B_{18}x^2y^3 + B_{19}xy^4 + B_{20}y^5
\end{aligned} \tag{1}$$

sorokkal adható meg. Az $A_0 - A_{20}$ és a $B_0 - B_{20}$ (összesen 42 db. együttható) az azonos pontok alapján, célszerűen kiegyenlítéssel határozható meg. Ilyenkor a kiválasztott azonos pontok helyétől, mennyiségétől és az alkalmazott módszertől függően mindegyik esetben kis mértékben eltérő koordinátákat kapunk az átszámítás során.

2. SZÁMÍTÓGÉPES PROGRAMRENDSZER KIALAKÍTÁSA

A sokféle vetületi rendszer közötti átszámítások helyes módszerének megválasztása nem egy esetben még az ezzel foglalkozó szakemberek számára is gondot okozhat, ezért a magyarországi vetületi rendszerek és alapfelületeik közötti bármely viszonylatban elvégezhető átszámításokra olyan számítógépes programrendszert dolgoztunk ki, amelynek használata a mélyebb vetülettani ismeretekkel nem rendelkező felhasználók számára sem okozhat nehézséget.

A vetületi átszámításokat végző program a

VTN	=	vetületnélküli rendszer
BES	=	Bessel ellipszoidi
SZT	=	budapesti sztereografikus vetületi rendszer
KST	=	katonai sztereografikus vetületi rendszer
HER	=	henger északi rendszer
HKR	=	henger középső rendszer
HDR	=	henger déli rendszer
VST	=	Budapest városi sztereografikus vetületi rendszer
IUG	=	IUGG-67 ellipszoidi
EOV	=	egységes országos vetületi rendszer
KRA	=	Kraszovszkij ellipszoidi
GAK	=	Gauss-Krüger vetületi rendszer
WGS	=	WGS-84 ellipszoidi
XYZ	=	geocentrikus térbeli derékszögű /GPS/
UTM	=	Universal Transverse Mercator

koordináták közötti átszámításokat végzi Magyarország területén az 1. táblázatban szemléltetett 212 kombinációban.

1. táblázat

	VTN	BES	SZT	KST	HER	HKR	HDR	VST	IUG	EOV	KRA	GAK	WGS	XYZ
VTN	×	-	-	-	-	-	-	(-)	-	-	-	-	-	-
BES	-	×	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
SZT	-	+	×	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
KST	-	+	+	×	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
HER	-	+	+	+	×	+	(+)	(-)	-	-	-	-	-	-
HKR	-	+	+	+	+	×	+	(-)	-	-	-	-	-	-
HDR	-	+	+	+	(+)	+	×	(-)	-	-	-	-	-	-
VST	(-)	-	-	-	(-)	(-)	(-)	×	-	-	-	-	-	-
IUG	-	-	-	-	-	-	-	-	×	+	-	-	-	-
EOV	-	-	-	-	-	-	-	-	+	×	-	-	-	-
KRA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	×	+	-	-
GAK	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	!+	-	-
WGS	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	×	+
XYZ	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	×

A táblázatból az átszámítások elvégezhetőségével és pontosságával kapcsolatos tudnivalók igen egyszerűen kiolvashatók.

A táblázatban kettős vonal határolja el a különböző alapfelületekhez tartozó vetületi rendszereket. (Alapfelületen az ellipszoidot értjük, nem feledkezve meg arról, hogy azoknál a vetületi rendszereinknél, ahol kettős vetítéssel – simulógömb közvetítésével – térünk át az ellipszoidról a síkra, vagy a síkba fejthető felületre, a vetítés második lépésében a simulógömböt /Gauss-gömböt/ nevezzük alapfelületnek. Ezeknek a simulógömbi koordinátáknak a fenti vetületi rendszerek közötti átszámítások esetén az egyszerű felhasználó szempontjából nincs jelentőségük.)

A sorok és az oszlopok metszésében található " + " jelek arra utalnak, hogy az adott két vetületi rendszer között szabatos, azaz (az irodalomjegyzékben szereplő [1,2,3] művekben található) zárt matematikai összefüggésekkel elvégezhető transzformáció lehetséges. Ebben az esetben az átszámított koordináták pontossága megegyezik az átszámítani kívánt koordináták pontosságával.

A táblázatban a " × " jelek arra utalnak, hogy az adott két vetületi rendszer között zárt matematikai összefüggésekkel elvégezhető transzformáció nem lehetséges, az átszámítás – az irodalomjegyzékben szereplő [4] szabályzatban leírtaknak megfelelően – pl. az (1) alakú véges fokszámú (legfeljebb ötödfokú) hatványpolinomok felhasználásával történik. Ebben az esetben tehát elvi okok miatt csupán közelítő pontosságú átszámításra van lehetőség (pl. síkkoordináták esetében általában csak $\approx \pm 10 \text{ cm} \div \pm 20 \text{ cm}$ az átszámított koordináták pontossága).

A táblázatban lévő " (+) " és " (×) " jelek arra figyelmeztetnek, hogy az átszámítás a fentieknek megfelelően elvileg ugyan lehetséges és a programunkkal elvégezhető, azonban ezekre gyakorlati célból sohasem – legfeljebb tudományos célból – lehet szükség. (Pl. olyan

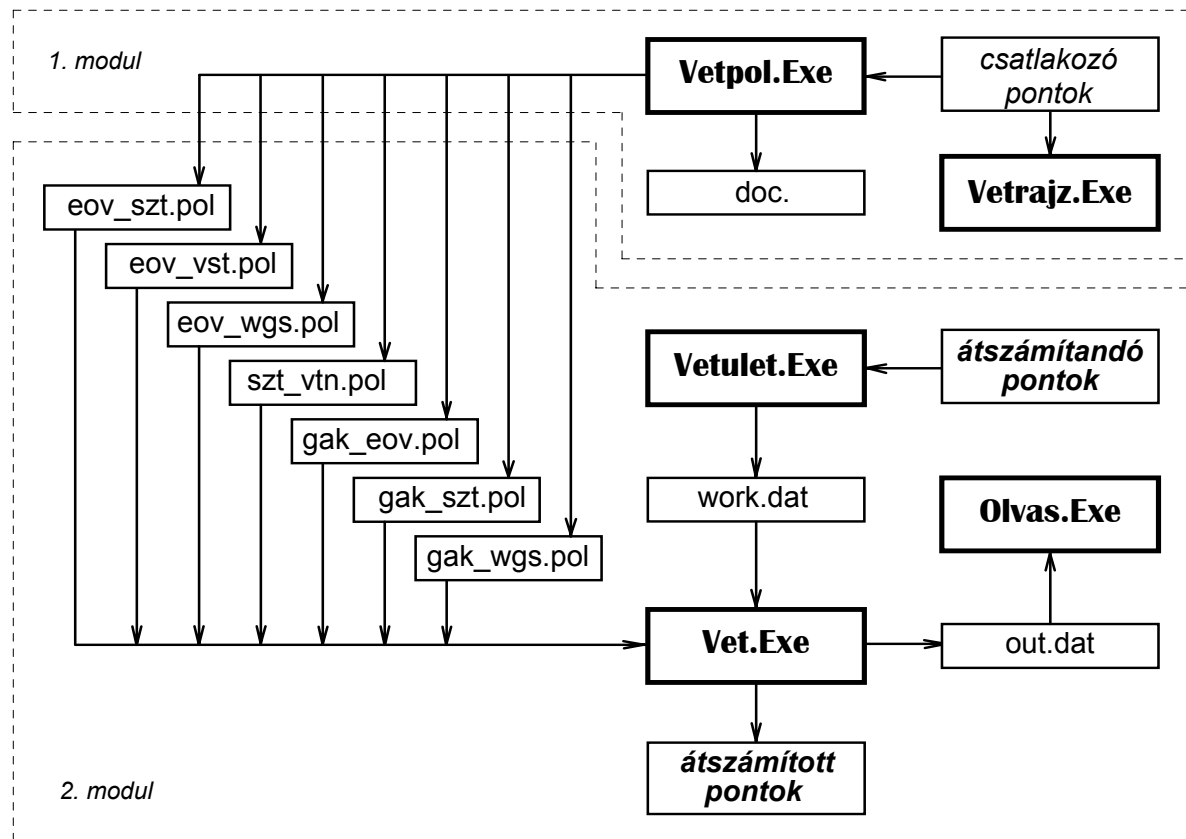
vetületi rendszerek között, amelyeknek nincs átfedési területük és nem is szomszédosak egymással a gyakorlati életben az átszámításra nincs szükség).

A táblázatbeli " – " jelek arra figyelmeztetnek, hogy az azonos vetületi rendszerek közötti (önmagába irányuló) transzformációnak nincs értelme, kivéve a Gauss-Krüger és az UTM vetületi rendszert, ahol gyakran felmerül a szüksége a különböző sávok közötti átszámításnak. Ennek megfelelően a " !+! " jelölés azt mutatja, hogy a Gauss-Krüger és az UTM vetületi rendszeren belül a különböző vetületi sávok között szabatos átszámítás lehetséges.

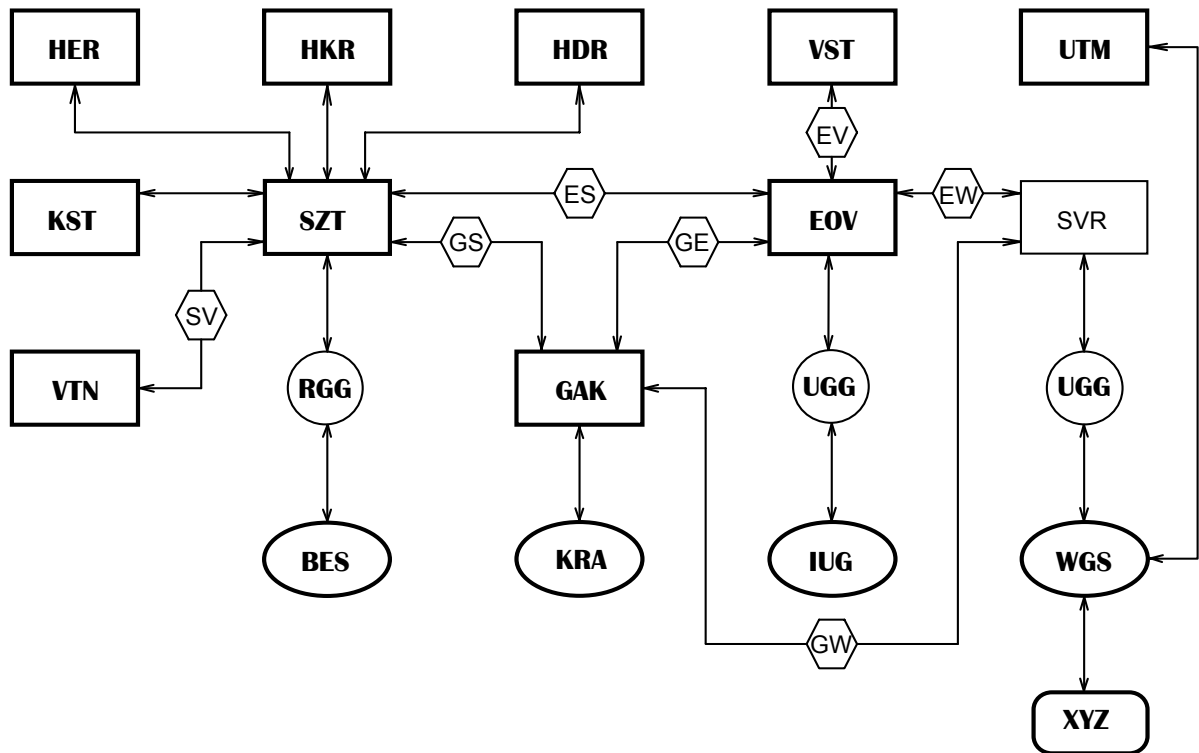
Meg kell jegyeznünk, hogy a budapesti városi sztereografikus vetületi rendszerből a háromszögelési hálózatok különbözősége miatt csak azonos pontok felhasználásával, közelítő pontossággal lehet átszámítani az ugyanahhoz alapfelülethez (Bessel-féle ellipszoid-hoz) tartozó többi (pl. a budapesti sztereografikus) vetületi rendszerre.

Mivel a jelenlegi információink szerint nem csak a Dunántúl déli részén, hanem Szabolcs-Szatmár-Bereg megyében is vannak olyan községek, amelyek térképei vetület-nélküliek, ezért a henger északi rendszer (HER) és a vetületnélküli rendszer (VTN) között is megengedjük az átszámítást, ezért a táblázat megfelelő négyzetében a "(×)" jel helyett " × " jel szerepel.

A vetületi átszámításokat végző programrendszer működésének logikai vázlatát az 1. és a 2. ábrán tekinthetjük át.



1. ábra



2. ábra

A programrendszer két fő részből áll: a transzformációs polinomok együtthatóit előállító modulból, és a tényleges átszámításokat végrehajtó modulból. Az 1. ábrán a két modul szaggatott vonalak határolják.

Az 1. modul az (1) összefüggésben szereplő transzformációs polinomok együtthatóit állítja elő azokban az esetekben, amikor két tetszőleges vetületi rendszer közötti átszámítás koordináta módszerrel, azaz zárt matematikai összefüggések felhasználásával nem lehetséges. A hatványpolinomok együtthatóinak meghatározására megfelelő csatlakozó pontok ismerete esetén a **Vetpol.Exe** program teremt lehetőséget. A **Vetpol** program az EOV – budapesti sztereografikus, az EOV – városi sztereografikus, az EOV – WGS-84, a budapesti sztereografikus – vetületnélküli, Gauss-Krüger – EOV, a Gauss-Krüger – budapesti sztereografikus és a Gauss-Krüger – WGS-84 rendszerek közötti átszámításokhoz szükséges transzformációs polinomok együtthatóit tartalmazó `eov_szt.pol`, `eov_vst.pol`, `eov_wgs.pol`, `szt_vtn.pol`, `gak_eov.pol`, `gak_szt.pol`, és a `gak_wgs.pol` bináris adatfájlokat állítja elő. A **Vetpol** program a transzformációs polinomok fokszámát automatikusan állítja elő a csatlakozó pontok számának függvényében. Ha 21, vagy ennél több csatlakozó pont áll rendelkezésre, akkor az (1) összefüggésben szereplő ötödfokú hatványpolinom valamennyi (számszerint 42 db.) együtthatója meghatározható. Ha a csatlakozó pontok száma 15 és 20 között van, akkor a polinomok fokszám 4, ha a csatlakozó pontok száma 10 és 14 között van, akkor a fokszám 3, ha pedig a közös pontok száma 6 és 9 között van, akkor a transzformációhoz szükséges hatványpolinomok fokszáma 2. A hatványpolinomok együtthatóinak meghatározásához legalább 6 csatlakozó pont szükséges,

de igyekezni kell lehetőleg minél több közös pontot felhasználni a polinomegyütthetők meghatározásához. Ha a csatlakozó pontok n száma: $7 \leq n \leq 9$, $11 \leq n \leq 14$, $16 \leq n \leq 20$ vagy $n \geq 21$, akkor a megfelelő fokszámhoz tartozó polinomegyütthetők meghatározásához a szükségesnél több meghatározó egyenlet írható fel (a feladat túlhatározott) és a **Vetpol** program az ismeretlen polinomegyütthetők legvalószínűbb értékét kiegyenlítéssel határozza meg.

Az *1. modul* tagja még a **Vetraajz.Exe** program, amely a csatlakozó pontok geometriai elrendeződését rajzolja a képernyőre az egyenletes ponteloszlás ellenőrzése céljából.

Az *1. ábrán* látható *2. modul* a tényleges vetületi átszámításokat hajtja végre. Ebben a modulban három fontos program található: a **Vetulet.Exe** a vetületi átszámításokat végző programrendszer input-output szervező és ellenőrző programja, a **Vet.Exe** az átszámításokat végző főprogram, az **Olvas.Exe** pedig az eredményfájlok olvasására és nyomtatására szolgáló segédprogram.

A **Vetulet.Exe** program képes mind billentyűzetről, mind diszkefájlokból fogadni az átszámítandó pontok koordinátáit. A billentyűzetről a koordináták egy beépített speciális szövegszerkesztő eljárás meghívásával kezelhetők, illetve vihetők be a szükséges formátumban a *work.dat* elnevezésű munkafájlba. A speciális szövegszerkesztő gondoskodik a betáplált koordináták magas szintű ellenőrzéséről, ami következtében hibás koordináták gyakorlatilag nem olvashatók be. A diszkefájlokból beolvasott koordináták is átesnek a fenti szigorú hibavizsgálaton és úgyszintén a *work.dat* elnevezésű munkafájlba kerülnek.

A vetületi átszámításokat végző **Vet.Exe** főprogram a *work.dat* elnevezésű munkafájlban található koordinátákat transzformálja át a kívánt rendszerre. A főprogram működése, illetve a *15* különböző vetületi rendszer közötti átszámítások logikája a *2. ábrán* tekinthető át. A különböző rendszerek közötti transzformációs útvonalakat – és ezek irányát – nyilak jelölik. Látható, hogy az esetek jelentős részében két tetszőleges rendszer között csak más rendszerek közbeiktatásán keresztül lehetséges az átszámítás (pl.: ha az UTM és az EOVS rendszerek között kívánunk átszámítani koordinátákat, akkor az UTM koordinátákat először a WGS-84 ellipszoidra, erről az új Gauss-göbre, majd egy ún. segéd vetületi rendszerre kell átszámítani, és végül erről az SVR rendszerről kell az EOVS rendszerre transzformálni). Ha a *2. ábrán* valamely két rendszert közvetlen folyamatos vonal köti össze, akkor közöttük koordináta módszerrel, azaz zárt matematikai összefüggések felhasználásával szabatos átszámítás végezhető; ha viszont az útvonal hatszöggel jelölt blokkon halad át, akkor a nyilak két oldalán lévő rendszer között – transzformációs polinomok alkalmazásával – csak közelítő pontosságú átszámítás lehetséges. Az egyes hatszögekben található kétbetűs rövidítések azt mutatják, hogy mely transzformációs polinomegyütthetők tartalmazó bináris adatfájl felhasználásával végezhető el az átszámítás a két szomszédos rendszer között (a jelentések az *1. ábrával* összhangban: $ES = eov_szt.pol$, $EV = eov_vst.pol$, $EW = eov_wgs.pol$, $SV = szt_vtn.pol$, $GE = gak_eov.pol$, $GS = gak_szt.pol$, $GW = gak_wgs.pol$). Amennyiben két tetszőleges vetületi rendszer között több különböző útvonalon haladva is közlekedhetünk, akkor a

program azt az útvonalat választja, mely mentén pontosabb az átszámítás. A **Vet.Exe** program a transzformált koordinátákat különböző formátumokban az **out.dat** és a **trf.dat** elnevezésű fájlokban helyezi el.

Az **Olvas.Exe** az eredményfájlok megjelenítésére (olvasására) és nyomtatására szolgáló segédprogram, amely felhasználásával az **out.dat** elnevezésű eredményfájl tartalma tanulmányozható a képernyőn, illetve kívánság szerint a fájl tartalma kinyomtatható.

3. A PROGRAMRENDSZER TESZTELÉSE, PONTOSSÁGI VIZSGÁLATOK

Korábban említettük, hogy bizonyos vetületi rendszerek között zárt matematikai összefüggésekkel elvégezhető transzformáció lehetséges. Kísérleti számításaink során megállapíthattuk, hogy ezekben az esetekben az elvárásoknak megfelelően a síkkoordináták *mm* pontossággal, a földrajzi koordináták pedig *0.0001"* pontossággal számíthatók át. Ezekre a kapcsolatokra az *1. táblázatban* a " + " , " (+) " , illetve a " !+! " jellel utaltunk, illetve ezeket a rendszereket a *2. ábrán* közvetlen folyamatos vonal (nyíl) köti össze.

Az összes többi esetben, amikor két tetszőleges vetületi rendszer között az átszámítás *2. ábrán* látható útvonala a hatszögekkel jelölt blokkon (vagy blokkokon) keresztül vezet, az átszámított koordináták pontossága egyrészt attól függ, hogy a kérdéses vetületi rendszerek alaphálózatai mennyire pontosan illeszkednek egymáshoz; másrészt, hogy az adott transzformációs polinomok együtthatóit mennyire sikerült jól meghatározni. Ebből egyébként az következik, hogy bizonyos vetületi rendszerek között akárhogy is határozzuk meg a transzformációs polinomok együtthatóit, ha a két rendszer háromszögelési hálózatai a meghatározásuk idején elkövetett mérési, kiegyenlítési vagy egyéb hibák következtében nem illeszkednek pontosan egymáshoz, akkor a két vetületi rendszer között biztosan nem végezhető korlátlan pontosságú átszámítás (másképpen fogalmazva, valamely két vetületi rendszer között legfeljebb olyan pontosságú átszámítás lehetséges, amilyen pontosságot a két rendszer között az alaphálózatok meghatározási hibái, illetve eltérései megengednek). Mindez természetesen nem azt jelenti, hogy nem kell különös gondot fordítani a transzformációs módszer kiválasztására, illetve – ha a hatványpolinomos eljárást alkalmazzuk – az (1) összefüggésben szereplő együtthatók meghatározására.

Kezdeti vizsgálataink során először arra próbáltunk választ keresni, hogy a gyakorlatban leginkább elterjedt két megoldási módszer: a Helmert-féle síktranszformáció, illetve a hatványsoros módszer közül melyik használata előnyösebb. Megállapítottuk, hogy a Helmert-féle síktranszformáció ugyan számítástechnikai szempontból egyszerűbben kezelhető, azonban az általa szolgáltatott pontosság az esetek döntő részében meg sem közelíti a hatványsoros megoldási módszer által szolgáltatott pontosságot. Mivel az egyszerűbb programozhatóság csak a "kezdő" szoftveresek számára lehet előnyös szempont, ezért egyértelműen a hatványsoros megoldási eljárás használata mellett foglaltunk állást.

Amennyiben a hatványsoros transzformációt választjuk, a következő fontos kérdés a hatványpolinom optimális fokszámának megállapítása. Egyszerű logikával gondolkodva arra a megállapításra juthatnánk, hogy a hatványpolinom fokszámának növelésével egyértelműen növelhető a vetületi átszámítások pontossága. Azonban a vizsgálataink során sikerült bizonyítani, hogy ötödfokú polinom alkalmazásával számíthatunk a legnagyobb pontosságra. Akár csökkentjük, akár tovább növeljük a fokszámot, az átszámított koordináták pontossága egyértelműen romlik (a fokszám csökkentésével jelentősen, a növelésével kismértékben romlik a pontosság).

Az ötödfokú hatványpolinomok együtthatóinak meghatározásához ugyan legalább 21 db. csatlakozó pont szükséges, azonban a tapasztalataink szerint a vetületi átszámítások pontossága tovább növelhető, ha ennél lényegesen több csatlakozó pontot használunk fel, és az ismeretlen polinomegyütthatók legvalószínűbb értékét kiegyenlítéssel határozzuk meg.

A hatványpolinomos módszerrel elvégzett vetületi átszámítások pontosságának jellemzésére a **Vetpol** program által előállított dokumentációs fájl szolgáltat információt. A **Vetpol** program a közös pontok *I* rendszerbeli y_i, x_i ; valamint a *II* rendszerbeli y_i', x_i' koordinátái alapján először meghatározza a transzformációs polinomok együtthatóit, majd ezek felhasználásával átszámítja az *I* rendszerbeli y_i, x_i koordinátákat a *II* rendszerbeli ty_i', tx_i' koordinátákká, és kiszámolja ezek alapján az átszámítás pontosságát jellemző

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (ty_i' - y_i')^2 + \sum_{i=1}^n (tx_i' - x_i')^2}{n}} \quad (2)$$

középhiba értéket.

Tájékoztatóként megemlítyük, hogy például a budapesti sztereografikus vetület és az EOVS rendszer között a transzformációs polinomok együtthatóinak meghatározásakor Magyarország teljes területére 117 csatlakozó pont felhasználásával a (2) összefüggéssel számítható középhiba $\pm 0.190 \text{ m}$, a budapesti városi sztereografikus vetület és az EOVS rendszer között 43 csatlakozó pont felhasználásával a középhiba $\pm 0.004 \text{ m}$, vagy például az EOVS és a WGS-84 között 34 csatlakozó pont felhasználásával a (2) összefüggéssel számítható középhiba $\pm 0.037 \text{ m}$.

Tapasztalataink szerint a hatványpolinomos módszerrel az elérhető pontosság a rendelkezésre álló azonos pontok számának növelésével némiképpen fokozható, de bizonyos határon túl az átszámítás pontossága az alapfelületek és a háromszögelési hálózatok különbözősége miatt már ezzel sem javítható. Bizonyos esetekben viszont javulás érhető el azzal, ha a transzformációs polinomok együtthatóit nem az egész ország teljes területére egyben határozzuk meg, hanem csupán kisebb részterületekre adunk meg azonos pontokat, és számítyjuk ki a **Vetpol** programmal a transzformációs polinomok együtthatóit. Természetesen ebben az esetben átszámításokat a **Vetulet** programmal csak azon

részterületen végezhetünk, amelyre a transzformációs polinomok együtthatóit a **Vetpol** programmal meghatároztuk.

Érdeemes megemlíteni, hogy a programrendszer szükség esetén a pontok magasságát is kezeli. Például ha *GPS*-szel meghatározott *XYZ* geocentrikus térbeli derékszögű koordinátákat számolunk át bármely más tetszőleges rendszerre, akkor a transzformált y, x vetületi síkkoordináták vagy a transzformált j, l ellipszoidi koordináták mellett a

$$h = H + N$$

WGS-84 ellipszoid feletti magasságot is megkapjuk eredményül, – ahol N a geoid-ellipszoid távolság, a *geoidunduláció* értéke a WGS-84 ellipszoidra vonatkoztatva, H pedig a geoid (tengerszint) feletti magasság. Ha tehát a kérdéses pontban ismerjük a geoid-ellipszoid távolság értékét, akkor így lehetőség adódik a *GPS* technika felhasználásával a gyakorlatban használt magasságértékek meghatározására is.

Végül megemlítjük, hogy az általunk elkészített programrendszer átalakításokkal alkalmas más országokban alkalmazott egyéb vetületi rendszerek közötti transzformációk elvégzésére.

IRODALOM

1. Hazay I.: *Vetülettan*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1964.
2. *Vetületi Szabályzat* az egységes országos vetületi rendszer alkalmazására. MÉM OFTH, Budapest, 1975.
3. Varga J.: *Vetületi rendszereink közötti átszámítások új módjai*. Műszaki doktori értekezés, Budapest, 1981.
4. Varga J.: *Átszámítás az egységes országos vetületi rendszer (EOV) és a korábbi vetületi rendszereink között*. Geodézia és Kartográfia, 1982/2.
5. Varga J.: *Alaphálózatok I. (Vetülettan)*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1986.

Conversions Between Hungarian Map Projection Systems

L. Völgyesi - Gy. Tóth - J. Varga

Summary

When different map projection systems are used simultaneously in the same area the need of conversion permanently arises inside overlapping areas. Conversions, however, can not always be made by strict mathematical formulas and in such a case it rises serious problems to chose correct method of conversion in many instances. Hence such algorithm and program package were developed for conversions in any combination between hungarian map projection systems and their reference surfaces that its application should not make difficulties for users even having no deeper knowledge in map projections.

* * *

Völgyesi L, Tóth Gy, Varga J. (1994) [Magyarországi vetületi rendszerek közötti átszámítások](#).
Geodézia és Kartográfia, Vol. 46, Nr.5-6, pp. 265-269.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and
Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: <http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi> E-mail: volgyesi@eik.bme.hu