

SZEIZMOLÓGIA

A szeizmológia a természetes eredetű földrengések megfigyelésével és feldolgozásával foglalkozó tudomány. A becslések szerint Földünkön mintegy háromszázezer földrengés pattan ki évente, ebből azonban legfeljebb öt-hatezret érez a lakosság és mindössze húsz-huszonöt a pusztító rengések száma. A földrengéskutatás legnagyobb jelentősége abban áll, hogy a rengések keletkezési körülményeinek egyre részletesebb megismerésével ki tudjuk dolgozni az előrejelzés módszereit.

A nagyobb földrengések során keletkező rengéshullámok áthaladnak Földünk belső részein is és fontos információkat hoznak a Föld belső felépítéséről. A rengéshullámok tanulmányozása tehát abból a szempontból is rendkívül fontos, hogy jelenleg szinte ez az egyetlen lehetőségünk, hogy következtetni tudjuk a Föld belső szerkezetére és belsejének legfontosabb fizikai paramétereire. Ezen túlmenően a földrengések kipattanásának helye és körülményei alapvető információkat szolgáltatnak a Föld tektonikai folyamatairól.

A *szeizmika* a szeizmológiával ellentétben a mesterségesen keltett rengésekkel foglalkozik. A kéregszerkezet vizsgálatára, ásványi nyersanyagok (főként a szénhidrogének) kutatására alkalmazzák; de emellett a mérnökgeofizikában is fontos kutatási módszer.

Alapfogalmak

A földkérget alkotó kőzetek szilárd rugalmas anyagok. A szilárd testek rugalmassága abban jelentkezik, hogy ha valamely külső erő a test alakját vagy méretét megváltoztatni igyekszik, akkor a belsejében olyan irányú feszültségek lépnek fel, amelyek az alak, illetve a méretváltozást megakadályozni törekszenek. Ha a külső erő megszűnik, akkor a feszültségek hatására a test visszanyeri eredeti alakját és térfogatát. A feszültségek eközben munkát végeznek, amiből az következik, hogy a deformált állapotban energia halmozódik fel. Ha azonban az alakváltozás bizonyos határt túllép, az anyagban megszűnnek a molekulákat összetartó kohéziós erők: az anyag *tönkremegy*, eltörik. A törés következtében felszabadul a testben felhalmozott rugalmas energia és részben mozgási (kinetikus) energiává, részben a belső súrlódáson keresztül hőenergiává alakul. A töréssel járó elmozdulás pedig megszünteti a deformációt.

Ez a jelenség megy végbe a földkéreg kőzeteiben is. A Földet alakító jelenségeknél azonban a tömeg a tér és az idő nem a megszokott hétköznapi méreteken lép fel. Ennek következtében aránylag csekély erők hosszú időn át hatva a mindennapi viszonyokhoz képest szokatlan mértékű hatásokat válthatnak ki.

A Földet felépítő anyagokra különböző erők hatnak. Az ismert erők közül legfontosabbak a tektonikai erők és a Föld belsejében a mélységgel egyre növekedő nyomóerő.

A kőzetek viselkedése erőhatásokkal szemben

Valamely tömegelemre ható külső erő két olyan összetevőre bontható, amely közül az egyik a tömeg határoló felületének elemi darabjára merőleges, a másik pedig a felületelem síkjába esik. Az előbbi – aszerint, hogy a tömegtől kifelé vagy befelé irányul – húzó- vagy nyomóerő, a másik a nyíróerő. Az erők hatására a tömeg térfogatváltozást és

alakváltozást szenved, amely változásokkal szemben a tömegben belül feszültségek lépnek fel.

Az alakváltozásnak háromféle megnyilvánulása lehet (megjegyezve, hogy ezek rendszerint nem tisztán, jól elkülöníthető módon jelentkeznek):

a) *rugalmas* az alakváltozás, ha adott behatási idő alatt az alakváltozás a külső erő növekedésével egyenes arányban nő;

b) *képlékeny* (plasztikus) az alakváltozás, ha adott nagyságú erő által kiváltott alakváltozás a behatási időtől függ, ennek növekedésével nő;

c) *tönkremenésről* beszélünk akkor, ha az alakváltoztató erővel szemben megszűnik az anyag ellenállása.

Egyes anyagoknál a rugalmas alakváltozás és a tönkremenés (törés) között képlékeny állapot következik be. Ezek a képlékenyen rugalmas anyagok. Velük szemben a rideg anyagoknál a képlékeny átmeneti állapot hiányzik.

A rugalmas alakváltozás és az erőhatás összefüggésének leírásához az anyagokat bizonyos mérőszámokkal jellemezhetjük.

A q alapterületű ℓ magasságú közethasáb az alap- és a fedőlapjára merőlegesen ható, ellenkező irányú F erő hatására

$$\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{1}{E} \frac{F}{q}$$

nagyságú relatív hosszváltozást szenved; ahol E az *anyag rugalmassági Young-modulusa*.

Az erő hatására azonban a hasáb a hosszirányára merőlegesen is megváltoztatja méretét. Ha a négyzetes alap a oldalhosszának változása Δa , akkor a

$$\kappa = -\frac{\Delta a/a}{\Delta\ell/\ell}$$

újabb rugalmassági állandó: a *Poisson-féle szám*. (A negatív előjel arra utal, hogy a Δa és $\Delta\ell$ előjele mindig ellentétes; pl. ha az anyag hosszirányban megnyúlik, akkor a keresztmetszete csökken).

Ha most az előbbi merőleges hasáb alap- és fedőlapjának síkjában egyenlő nagyságú és ellentétes irányú F nyíróerő hat, akkor ez térfogatváltozás nélkül elferdül, vagyis ferde hasábbá deformálódik. Az elferdülés szöge :

$$\gamma = \frac{1}{\mu} \frac{F}{q},$$

ahol μ a *nyírási vagy torzió modulus*.

Ha valamely testre minden oldalról felületegységenként ugyanakkora nyomóerő hat és a test térfogata p nyomáson V , akkor Δp nyomásváltozás következtében az alakját megtartva

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K} p$$

relatív térfogatváltozást szenved, ahol K a *térfogati rugalmassági tényező*, vagy *inkompresszibilitás*, amely az anyag térfogatváltoztatással szembeni ellenállásának a mértéke.

A későbbiek során még a λ -val jelölt rugalmassági jellemzőt is fogjuk használni. λ és μ a Lammé-féle állandók.

Homogén közegben a rugalmassági paraméterek közül csak kettő független egymástól, így pl. a λ , μ és a K paraméterek kifejezhetők az E Young-modulus és a κ Poisson-szám segítségével:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{E\kappa}{(1+\kappa)(1-2\kappa)} \\ \mu &= \frac{E}{2(1+\kappa)} \\ K &= \frac{E}{3(1-2\kappa)}\end{aligned}\tag{1}$$

A (1) összefüggések gyakorlati jelentőségét az adja, hogy λ és μ a kőzetmintákon közvetlenül nem mérhető; a Young-modulust és a Poisson-számot viszont meghatározhatjuk.

A kőzetek rugalmassági jellemzőinek értéke a nyomás és a hőmérséklet függvénye. Ez azért fontos, mert a Föld belsejében rendkívül magas nyomás és hőmérséklet értékek uralkodnak. Tapasztalataink szerint a hőmérséklet emelkedése csökkenti, a nyomás emelkedése viszont növeli a rugalmassági jellemzők értékét.

A megfigyelés szerint ha az erőhatás bizonyos határt túllép, akkor a kőzetek vagy képlékeny alakváltozást mutatnak, vagy pedig tönkremennek. Képlékeny állapotban külső erő hatására igen jelentékeny alakváltozások állhatnak elő a tönkremenés előtt. Ennek az alakváltozásnak azonban csak egy része rugalmas (tehát csak bizonyos része szűnik meg az erő megszűnésével), a másik maradandó (ez a képlékeny folyás). A tönkremenés – vagyis a kőzetek törése – akkor következik be, amikor a külső erőktől származó alakváltozás olyan nagy, hogy a test belsejében fellépő nyíróerők túllépik az anyag törési szilárdságát.

Igen nagy hidrosztatikai (minden oldalról ható) nyomás alatt a rideg anyagok is képlékenyen viselkednek. Ezt bizonyítják részben a laboratóriumi kísérletek, részben pedig a réteges kőzetekben sokszor nagy jól szemléltető gyűrődések. A 10 km-es mélységben uralkodó kb. 3×10^8 N/m² nyomásérték mellett például a mészkő és a márvány már plasztikus. Hasonló a helyzet más kőzetekkel, illetőleg kőzetalkotó ásványokkal; legfeljebb a szükséges nyomás nagyobb. Kivétel pl. a kvarc, amely még 3×10^9 N/m² nyomás mellett is rideg anyagként viselkedik.

Az elmondottakból következik, hogy a Föld nagyobb mélységeiben törés csak kivételesen fordulhat elő, amikor a kőzetekben valamilyen okból olyan egyirányú feszültség lép fel, amely túllépi a hidrosztatikai nyomást. Mivel a felszín közelében csekélyebb a hidrosztatikai nyomás, itt ilyen egyirányú feszültségek könnyebben felléphetnek.

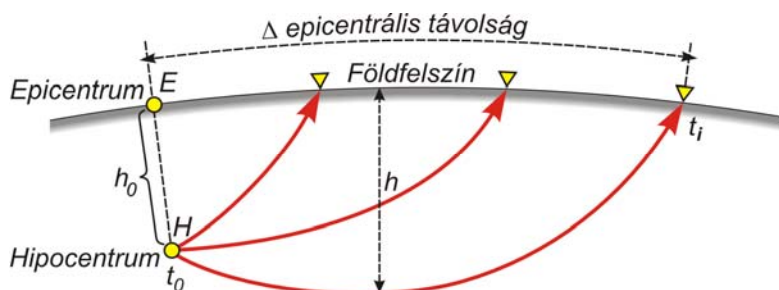
A földrengések kipattanása és jellemzőik

A különböző tektonikai és egyéb folyamatok eredményeként a Föld kőzeteiben feszültségek – és ezzel rugalmas energia halmozódik fel. A feszültség-felhalmozódás folyamata elemi kicsiny rugalmas alakváltozással kezdődik, majd véges deformációba megy át. Ezt plasztikus alakváltozás követi, és végül a szilárdsági határok túllépése után a

Föld belsejében törési zónák jönnek létre. Bár a rugalmas energiakészlet kis részének felszabadulása a törési zónák kialakulása előtt, a plasztikus állapotban megindul, azonban az energia döntő része a törés pillanatában szabadul fel, és alakul át rugalmas hullámmozgássá. Ezeket a rugalmas hullámokat nevezzük *földrengéshullámoknak*.

A legnagyobb energiakészletek a tektonikus erők hatására halmozódnak fel, – így a földrengések döntő része tektonikus eredetű.

A földrengéseket kiváltó egy-egy törési zóna a Föld méreteihez képest viszonylag kis területre terjed ki, ezért a Föld belsejében a földrengéshullámok tovaterjedését úgy foghatjuk fel, mintha a hullámok egyetlen pontból indultak volna ki. A Föld belsejében azt a helyet, ahol a rengés kipattan a *rengés fészekének* vagy *hipocentrumának* hívjuk és *H*-val jelöljük. Mivel a hipocentrumban még az összes rengéshullám együtt van, szokásos elnevezés a *fókusz* is. A fészeknek az 1. ábrán látható felszíni vetületét a földrengés *epicentrumának* nevezzük és *E*-vel jelöljük. Az *E* epicentrum és a *H* hipocentrum közötti távolság a *h* *fészekmélység*. A Föld felszínén valamely állomásnak az epicentrumtól mért szögtávolsága a Δ *epicentrális távolság*.



1. ábra. A földrengések leírásának alapfogalmai

A tapasztalatok szerint a földrengés energiája a fészekben olyan rövid idő alatt szabadul fel, hogy ez jó közelítéssel pillanatszerűnek tekinthető; emiatt beszélünk a földrengés t_0 *kipattanási idejéről*. A hipocentrumból kiinduló rugalmas hullámok különböző pályák mentén terjedve bemerülnek a Föld mélyébe, majd felbukkannak a felszínre. Az 1. ábrán látható, hogy a nagyobb epicentrális távolságokban felbukkanó hullámok egyre mélyebben merülnek a Földbe. Valamely adott földrengéshullám *h* *bemerülési mélysége* az a maximális mélység, amennyire a hullám a terjedése során a Föld felszínétől eltávolodik. Az az idő, amely alatt a földrengéshullám a hipocentrumból valamely földfelszíni pontba ér (a futási idő vagy *menetidő*) az út hosszától és az út menti terjedési sebességektől függ. A menetidőket úgy kapjuk meg, hogy a vizsgált hullám *t* *beérkezési idejéből* levonjuk a rengés t_0 *kipattanási idejét*. Ha ezt a Δ *epicentrális távolság függvényében* ábrázoljuk, akkor az alapvetően fontos *menetidőgörbékhez* jutunk.

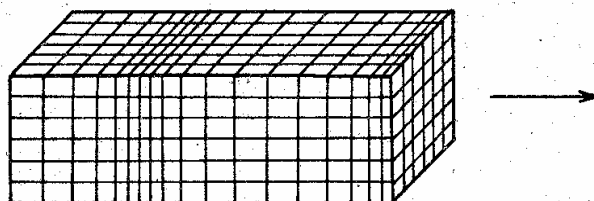
A földrengéshullámok fajtái

A földrengéshullámok terjedését a

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

hullámegyenlet írja le, – ahol *u* az elmozdulás-, vagy hullámfüggvény, *v* pedig a kérdéses rugalmas hullám terjedési sebessége az adott közetben.

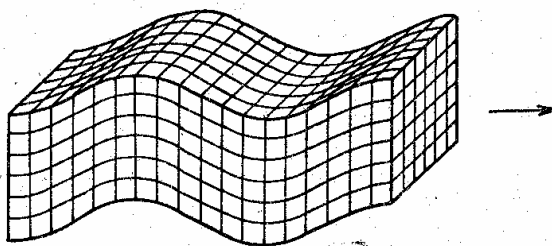
A hullámegyenlet megoldása szerint szilárd rugalmas közegben két fajta *térhullám* terjedhet: nyomási vagy *longitudinális* és nyírási vagy *transzverzális* hullám.



2. ábra. Longitudinális (P) hullámok terjedése

A longitudinális hullámok jellemzője, hogy az anyag részecskéi a hullámterjedés irányában végeznek rezgőmozgást. Ha az anyagban még a deformáció előtt képzelünk egy téglatestet és ezt kis elemi kockákra osztjuk, akkor a longitudinális hullámok terjedése során az elemi kockák a 2. ábrán látható módon deformálódnak. A rugalmas hullámok terjedésének irányát nyíl mutatja. Transzverzális hullámok esetén az anyag részecskéi a 3. ábrán látható módon a hullámterjedés irányára merőlegesen mozognak.

Az azonos fázisban (nyugalmi helyzetüktől azonos távolságra) levő részeket összekötő felületeket *hullámfrontoknak* nevezzük, a hullámfrontokra merőleges görbék pedig a *hullámpályák*.



3. ábra. Transzverzális (S) hullámok terjedése

A hullámegyenlet megoldása szerint, a longitudinális és a transzverzális hullámok terjedési sebessége különböző:

$$v_{long.} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\vartheta}} = v_P \quad (2)$$

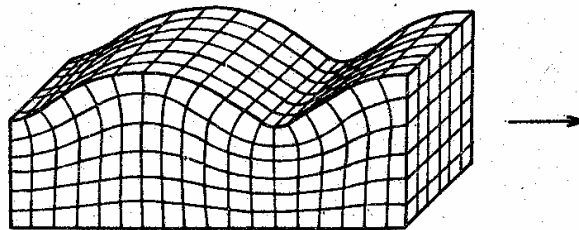
$$v_{tr.} = \sqrt{\frac{\mu}{\vartheta}} = v_S \quad (3)$$

ahol ϑ a közet sűrűsége, λ és μ pedig a már ismert Lammé-féle rugalmassági állandók. (A későbbiek szempontjából fontos megjegyeznünk, hogy a folyadékok és a gázok nyírási modulusa zérus: ($\mu = 0$), ezért a (3) szerint folyadékokban és gázokban a transzverzális hullámok nem terjednek.) A (2) és a (3) alapján látható, hogy $v_{long.} > v_{tr.}$; így földrengések esetén adott megfigyelési helyen elsőnek mindig a longitudinális hullámok érkezik be, majd ezeket csak bizonyos idő múlva követik a transzverzális hullámok. Ennek megfelelően a szeizmológiai gyakorlatban a *P (Primary)* és az *S (Secondary)* hullám elnevezéseket használjuk. A (2) és a (3) alapján a terjedési sebességek aránya:

$$\frac{v_P}{v_S} = \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} + 2} \quad (4)$$

amelynek számértéke a földköpenyben $\sqrt{3}$ körül adódik.

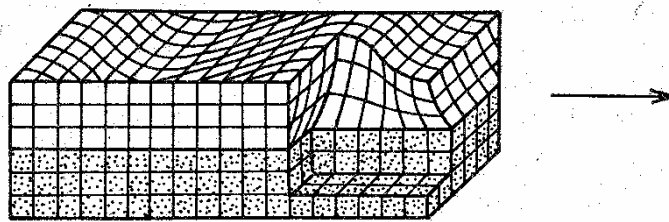
A rugalmas test belsejében terjedő longitudinális és transzverzális hullámok mellett a test felszínén is terjednek hullámok, amelyek amplitúdója a közeg belseje felé gyorsan csökken. Ezeket *felületi hullámoknak* nevezzük, – bár nem csak a test felületén, hanem a Föld belsejében is bármely szeizmikus határfelület mentén kialakulhatnak és terjedhetnek. A felületi hullámokat elsőként *RAYLEIGH* tanulmányozta és a hullámegyenlet alapján leírta viselkedésüket.



4. ábra. Rayleigh-hullámok terjedése

A felületi hullámok szempontjából tekintve a transzverzális (*S*) hullámoknak két változata van. Az egyik esetben a részecskék elmozdulása vertikális-, a másikban horizontális sík mentén történik. Az előbbieket *SV*, az utóbbiakat *SH* hullámoknak hívjuk.

A *Rayleigh-féle hullámok* lényegében véve a *P* és az *SV* hullámok interferenciájából alakulnak ki. A Rayleigh-hullámok terjedését a 4. ábra szemlélteti. Az ábrán látható, hogy nemcsak a felületi, hanem a mélyebb részek is részt vesznek a mozgásban – azonban a hullámegyenlet megoldása szerint a részecskék mozgásának amplitúdója a mélység és a frekvencia szorzatával exponenciálisan csökken. Ugyanabban a közegben a Rayleigh-hullámok terjedési sebessége kisebb mint a transzverzális hullámoké.



5. ábra. Love-hullámok terjedése

LOVE vizsgálatai szerint a felületi hullámoknak másik típusa is van. Ennek létezéséhez az szükséges, hogy a felszínen két különböző rugalmasságú réteg legyen. Az elmélet szerint a *Love-hullámok* *SH* típusú hullámokból alakulnak ki és a részecskék mozgásának amplitúdója ugyancsak exponenciálisan csökken a mélység és a frekvencia szorzatával. A Love-hullámok terjedését az 5. ábra szemlélteti. A Love-hullámokat általában *L*, a Rayleigh-hullámokat pedig *R* betűkkel szokták jelölni. A felületi hullámok terjedésének fontos jelensége a diszperzió, mely annak az eredménye, hogy a különböző frekvenciájú rugalmas hullámok nem azonos sebességgel terjednek.

A rengéshullámok terjedése

A rugalmas hullámok különböző közetekben különböző sebességgel terjednek. A terjedési sebesség a rugalmassági jellemzőktől és a sűrűségtől a (2) és a (3) összefüggés szerint változik. Azonban a közetek rugalmassági paraméterei és ennek megfelelően a rengéshullámok terjedési sebessége is különböző hatásokra jelentősen megváltozhatnak. Ezek közül legfontosabb a nyomás, a hőmérséklet, vagy pl. a közetek szerkezete. Igen érdekes pl. a kristályos palák sebesség-anizotrópiája, melyeknél a rétegzettséggel párhuzamos irányban mért sebesség jóval (néha 20-70%-kal is) nagyobb, mint a rétegzettségre merőleges irányban. Az 1. táblázatban a nagyságrendi tájékozódás céljából megadtuk a longitudinális hullámok terjedési sebességét néhány fontosabb közettípusban.

A következőkben megvizsgáljuk a földrengéshullámok terjedésének fontosabb szabályait.

1. táblázat. A longitudinális hullámok terjedési sebessége különböző közetekben

kőzet	sebesség [m/s]
száraz homok	100 - 600
nedves homok, kavics	200 - 2000
agyag	1200 - 2800
mészkö, dolomit	2000 - 6250
víz	1430 - 1590
gránit	5600
diorit	6400
gabbró	6800
bazalt	5400
peridotit	7400

Végtelen kiterjedésű, homogén, izotróp közegben az egy pontból kiinduló hullámok frontjai koncentrikus gömbök, a hullámpályák pedig ezen gömbökre merőleges sugarak.

Amennyiben a földrengéshullámok két közeg határfelületéhez érnek, akkor azon túlmenően, hogy megtörnek és visszaverődnek, a 6. ábrán látható módon kölcsönösen keltik is egymást.

A törés és a visszaverődés szögét a Snellius-Descartes-törvény alapján a

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (5)$$

egyenletből határozhatjuk meg. Az α_{1P} szöggel beeső P hullám mint P hullám szintén α_{1P} szöggel verődik vissza. Azonos hullámra nézve tehát a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel. A P hullám azonban a határfelületen S hullámot is gerjeszt, amely már a

$$\frac{\sin \alpha_{1S}}{\sin \alpha_{1P}} = \frac{v_{1S}}{v_{1P}}$$

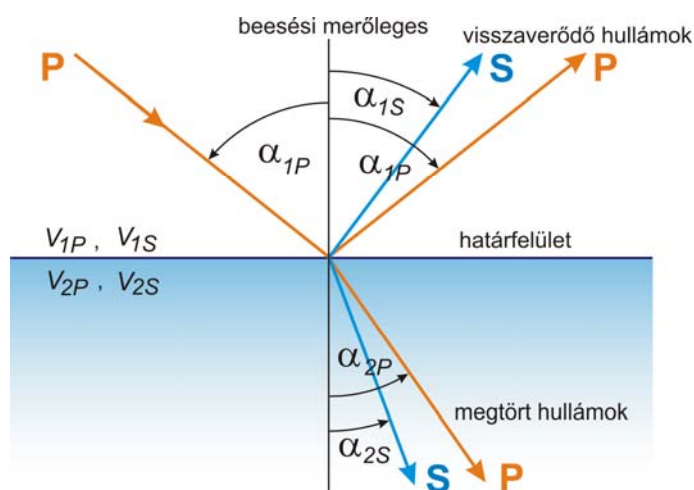
egyenletből adódó α_{1S} szöggel verődik vissza. Ugyanakkor a megtört P hullám α_{2P} szöggel halad tovább, amely értéke a

$$\sin \alpha_{2P} = \frac{v_{2P}}{v_{1P}} \sin \alpha_{1P}$$

összefüggésből határozható meg. Ha a sebesség lefelé növekszik ($v_{2P} > v_{1P}$) akkor ($\alpha_{2P} > \alpha_{1P}$); azaz a hullám a beesési merőlegestől, ellenkező esetben pedig a beesési merőlegeshez törik. A határon keltett és megtört S hullám a

$$\sin \alpha_{2S} = \frac{v_{2S}}{v_{1P}} \sin \alpha_{1P} = \frac{v_{2S}}{v_{2P}} \sin \alpha_{2P}$$

egyenletből számítható α_{2S} szöggel halad tovább a második közegben.



6. ábra. Rengéshullámok törése és visszaverődése

Teljesen hasonlóan tárgyalható az az eset, amikor S hullám érkezik a határfelülethez. A határfelület ebben az esetben is megsokszorozza a hullámokat.

Közelítve a Föld belsejében való terjedési viszonyok tárgyalásához, alkalmazzuk az (5) törési törvényt koncentrikus, homogén héjából felépülő gömb esetére. A 7. ábrán a H pontból kiinduló rugalmas hullám i_1 szöggel érkezik a határfelületen levő P pontba, ahol ε szöggel megtörve tovább halad, majd i_2 szöggel érkezik a következő határfelületre és így tovább. A törési törvény szerint

$$\frac{\sin i_1}{\sin \varepsilon} = \frac{v_1}{v_2} \quad (6)$$

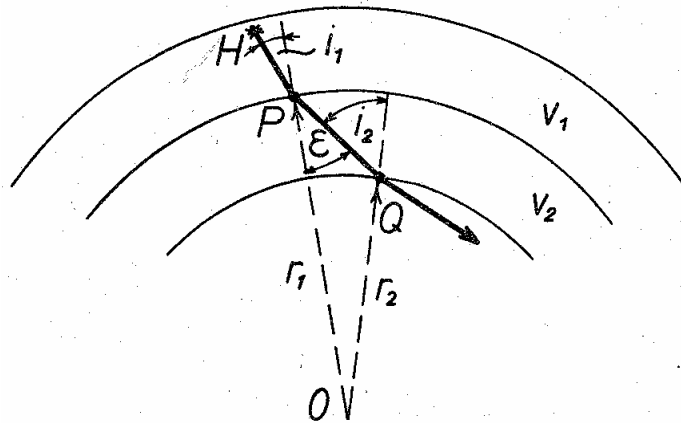
az OPQ háromszögből pedig a szinusz-tétel szerint

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin i_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad (7)$$

A (6) és a (7) kifejezést összeszorozva és átrendezve, az

$$\frac{r_1 \sin i_1}{v_1} = \frac{r_2 \sin i_2}{v_2}$$

összefüggést kapjuk. Ez az összefüggés minden héjra vonatkozólag teljesül és fennáll akkor is, ha a sebesség egy héjon belül folytonosan változik.



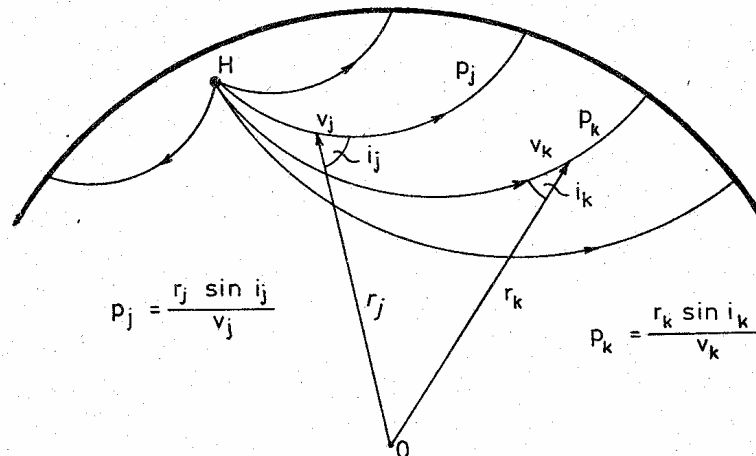
7. ábra. A megtört földrengéshullám útja

A rugalmas hullámok tehát úgy haladnak a Föld belsejében, hogy az

$$\frac{r \sin i}{v} = p = \text{áll.} \quad (8)$$

összefüggés ugyanazon hullámpályára vonatkozóan a hullámpálya minden pontjában teljesül. (Természetesen a (8) összefüggés bármely más hullámpályára is teljesül, csak más p érték mellett.) A p értéket az adott hullám paraméterének nevezzük.

Ha övesen homogén, vagy akár folyamatos sebességeloszlással rendelkező közegben a sebesség lefelé növekszik, akkor a beesési merőlegestől való folytonos törés eredményeként a hullámpályák teljesen visszahajlanak, azaz felülről nézve a 8. ábrán látható módon konkáv görbék lesznek. Valójában ez tapasztalható Földünk esetében is.



8 ábra. Hullámpályák a Föld belsejében

Mivel a (8) összefüggés a felszínre is érvényes, fenn kell állnia az

$$\frac{r_0 \sin i_0}{v_0} = p \quad (9)$$

összefüggésnek, amelyben r_0 a gömb alakúnak képzelt Föld sugara, i_0 a felszínre érkező hullám beesési szöge, v_0 pedig a felszínközeli sebesség. A 9. ábrán azonban látható, hogy az 1. hullám felszínre érkezésének pillanatában a szomszédos 2. hullám még csak a C pontban van és csak dt idő múlva érik a felszínre, $v_0 dt$ út megtétele után. Közben a rugalmas hullám a földfelszíni megfigyelő számára A -ból B -be jutott v_f sebességgel, amit *felszíni látszólagos sebességnek* nevezünk. Az ABC háromszögből tehát

$$\sin i_0 = \frac{v_0 dt}{v_f dt} = \frac{v_0}{v_f} \quad (10)$$

ahol a felszíni látszólagos sebesség:

$$v_f = \frac{\overline{AB}}{dt} = r_0 \frac{d\theta}{dt} \quad (11)$$

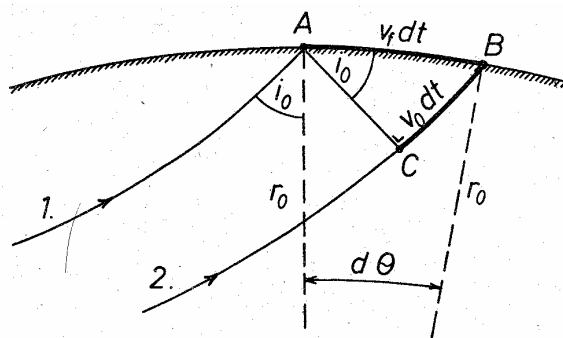
ha $d\theta$ az \overline{AB} ívhez tartozó középponti szög. A (10) és a (11) összefüggést a (9)-be helyettesítve :

$$p = \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^{-1}$$

végül figyelembe véve a (8) összefüggést:

$$\frac{r \sin i}{v} = \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^{-1}$$

ahol a jobb oldal a megfigyelés helyére vonatkozik.



9. ábra. A felszíni látszólagos sebesség meghatározása

A szeizmikus hullám a pályájának *legmélyebb pontján* nyilvánvalóan merőlegesen halad a sugárra, azaz $i = 90^\circ$; tehát ebben a pontban

$$v_h = r_h \frac{d\theta}{dt} = r_h \frac{v_f}{r_0} \quad (12)$$

Mivel a látszólagos felszíni sebesség a megfigyelések adataiból levezethető, a (12) alkalmas a h mélységben a rugalmas hullámok terjedési sebességének meghatározására. Ehhez azonban szükségünk van még a rengéshullám h bemenülési mélységének-, vagyis a hullám pályájának mélypontjához tartozó $r_h = r_0 - h$ sugár meghatározására is, amelyet ugyancsak a felszíni mérések eredményeiből kell levezetnünk. Az r_h értéke az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$\ln \frac{r_0}{r_h} = \frac{1}{\pi r_0} \int_{\Delta=0}^{\Delta=s} q d\Delta \quad (13)$$

ahol

$$q = \text{Arch} \frac{\sin(i_0)_\Delta}{\sin(i_0)_s} \quad (14)$$

A (14)-ben $(i_0)_s$ a felszíni beesési szög a fészektől $\Delta = s$ epicentrális távolságban, $(i_0)_\Delta$ pedig ugyanez a közbenső $0 < \Delta < s$ epicentrális távolságban levő megfigyelési pontokban. A (13)-ban szereplő integrál gyakorlati megoldása úgy történik, hogy képezzük az adott helyre vonatkozó $(i_0)_\Delta$ és a közbülső s epicentrális távolságú állomásokon megfigyelt $(i_0)_s$ beesési szögek szinuszának hányadosát, majd ennek *Arch* értékét. Az így kapott q értékeket a Δ epicentrális távolság függvényében ábrázoljuk, majd meghatározzuk a görbe és a Δ tengely közé eső területet. Ezzel grafikusán előállítható a $q d\Delta$ szorzat integrálja, tehát a (13) jobb oldala most már ismert. Ebből az r kiszámítható, majd az r_h ismeretében a (12) felhasználásával meghatározható h mélységben a rengéshullámok v_h terjedési sebessége is.