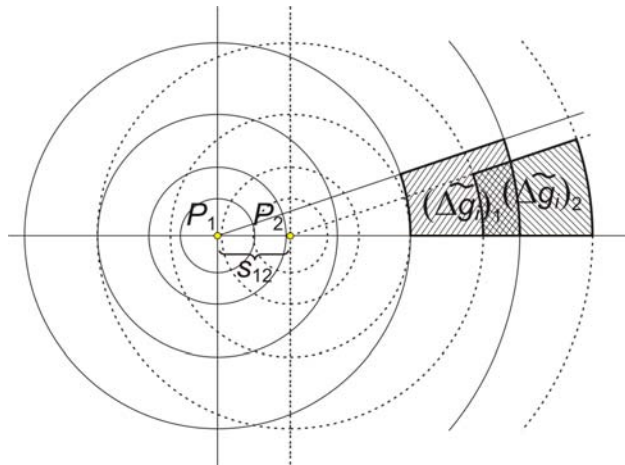


## Fizikai geodézia és gravimetria / 15.

### GRAVIMETRIAI SZINTEZÉS. A FÜGGŐVONAL-ELHAJLÁSOK SŰRÍTÉSE.

A *Stokes*-féle integrálképlettel meghatározott geoid-ellipszoid távolságok elérhető középhibája a nehézségi adatok hiánya miatt meglehetősen nagy. Ha azonban a hiány elsősorban a távoli területeken mutatkozik és a közeli környezet viszonylag részletesen felmért (pl. kontinensek belsejében fekvő pontok esetén), akkor egymáshoz közel fekvő pontok  $N$  értékét a távoli adatok hiányának hatása közel egyenlő mértékben terheli.



1. ábra. A gravimetriai szintezés alapelve

Képezzük ezért az egymástól legfeljebb néhányszor 10 km távolságban fekvő  $P_1$  és  $P_2$  pont geoid-ellipszoid távolságának különbségét:

$$\Delta N_{12} = N_1 - N_2 = \sum_{i=1}^n c_i [(\Delta \tilde{g}_i)_1 - (\Delta \tilde{g}_i)_2]. \quad (1)$$

Itt  $(\Delta \tilde{g}_i)_1$  ill.  $(\Delta \tilde{g}_i)_2$  a numerikus integráláshoz készített körgyűrűs (poláris) hálózat  $i$ -ik felületeleméhez tartozó átlagos nehézségi rendellenességet jelenti, ha a hálózat középpontját a  $P_1$  ill. a  $P_2$  pontra helyezzük (*1. ábra*). A hálózat egyenlő hatású felületelemei bizonyos távolságon (mintegy 4000 km-en) túl már olyan nagy méretűek, hogy a hálózatnak a néhányszor 10 km-es távolságú áthelyezése a felületelemre eső nehézségi rendellenességeknek az átlagértékét gyakorlatilag már nem befolyásolja. Ennek oka, hogy a  $P_1$  és a  $P_2$  ponthoz tartozó szektorok a távolság növekedésével egyre inkább átfedik egymást, ezért a területükre gyakorlatilag azonos  $(\Delta \tilde{g}_i)_1 \approx (\Delta \tilde{g}_i)_2$  értékek adódnak. Így az (1) jobb oldalán szereplő  $(\Delta \tilde{g}_i)_1 - (\Delta \tilde{g}_i)_2$  különbség bizonyos távolságon túl elenyészik (gyakorlatilag zérussá válik). Az összegezést tehát ezekre a távolabbi területekre (ahol adataink már egyébként is hiányosan állnak rendelkezésre) nem kell kiterjeszteni.

## A függővonal-elhajlások sűrítése

A geodéziai alaphálózatokban a csillagászati- (asztro-)geodéziai pontok átlagos távolsága csak ritka esetben kisebb 80÷100 km-nél (általában ennél inkább nagyobb, magas költségigényük miatt). Ez a pontsűrűség azonban nem elegendő a geoidalak részleteinek tanulmányozásához és gyakran az alapponthálózat mérési eredményeinek az ellipszoidra átszámításához sem. Ezért általában szükségessé válik a hálózaton belül a függővonal-elhajlások sűrítése valamilyen alacsonyabb költségigényű módszerrel, lehetőleg már meglévő másfajta adatokra támaszkodó számítási eljárással. Hangsúlyozzuk, hogy jelen pontban mindig a geodéziai alaphálózattal kapcsolatos, ennek helyi (simuló, vagy önkényes) elhelyezését alapfelületére vonatkozó *relatív* függővonal-elhajlások sűrítéséről beszélünk.

A legegyszerűbb megoldás a mért pontok közötti lineáris interpolálás lenne, de ez az eljárás a Föld felszínközeli rétegeinek változatos tömegeloszlása (topográfia + eltartott tömegeloszlási rendellenességek) miatt nem vezet kielégítő eredményre.

Ahhoz, hogy az interpolálásban nagyobb megbízhatóságot tudjunk elérni feltétlenül szükség van a függővonal-elhajlások felületi eloszlására vonatkozó valamilyen közbenső információra. Ennek jellegétől függően a függővonal-elhajlások sűrítésének több módszere alakult ki.

## A gravimetriai sűrítési módszer

A függővonal-elhajlások szoros kapcsolatban vannak a nehézségi rendellenességekkel. Ez könnyen belátható, ha arra gondolunk, hogy mindkettő a Föld tömegeloszlási rendellenességeinek hatására jön létre. Ebből az alapgondolatból indul ki a függővonal-elhajlások gravimetriai sűrítésének módszere.

Ez esetben a nagyobb megbízhatóságú interpoláláshoz szükséges (a Föld tömegeloszlására, illetve a nehézségi erőter szerkezetére vonatkozó) közbenső információt graviméteres mérésekből nyerjük.

A módszer alkalmazásának előfeltétele, hogy a sűrítés alapjául szolgáló csillagászati-geodéziai pontok 2. ábrán látható  $r_2$  sugarú környezetében kielégítő sűrűségű graviméteres felmérés eredményeként  $\Delta g_i$  nehézségi rendellenességek álljanak rendelkezésre. Azzal számolunk, hogy az ennél távolabbi  $\Sigma'$  tartományból már mérési adataink nincsenek.

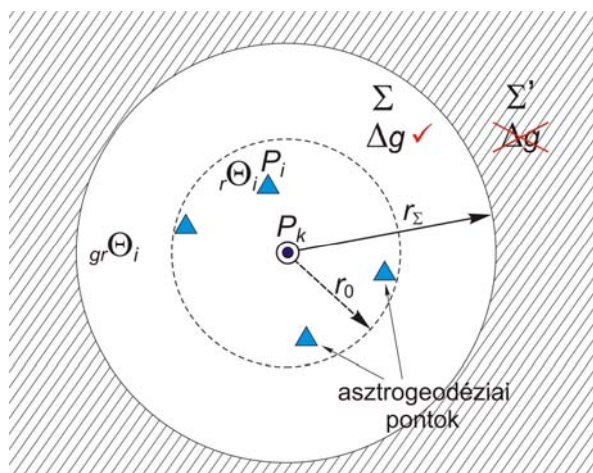
A rendelkezésre álló nehézségi rendellenességek alapján a *Vening Meinesz*-féle képletből kiszámítjuk a csillagászati geodéziai pontok  ${}_{gr}\xi$ ,  ${}_{gr}\eta$  gravimetriai függővonal-elhajlását is. (Az így kapott eredményt itt most azért nevezzük gravimetriai – és nem abszolút – függővonal-elhajlásnak, mert az integrálást, vagy az ezt közelítő összegezést, nem terjesztettük ki az egész földfelszínre, csak a csillagászati geodéziai pontok  $r_2$  sugarú – nem túl tág – környezetére.)

A tapasztalat azt mutatja, hogy a gravimetriailag felmért környezet  $r_2$  sugarának megfelelő megválasztása esetén található olyan kisebb  $r_0$  sugarú tartomány, amelyen belül a csillagászati-geodéziai úton meghatározott  ${}_{r}\xi$ ,  ${}_{r}\eta$  relatív

és a  ${}_{gr}\xi$ ,  ${}_{gr}\eta$  gravimetriai függővonal-elhajlás összetevők különbsége a földrajzi hely függvényében lineárisan változónak tekinthető, azaz fennállnak a

$$\left. \begin{aligned} {}_r\xi - {}_{gr}\xi &= a_1\varphi + b_1\lambda + c_1 \\ {}_r\eta - {}_{gr}\eta &= a_2\varphi + b_2\lambda + c_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

összefüggések.



2. ábra. A gravimetriai sűrités alapelve

Az ebben szereplő egyelőre ismeretlen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  együtthatók számértéke meghatározható, ha az  $r_0$  tartományon belül legalább három csillagászati geodéziai pontunk van, amelyben mérés alapján ismerjük a relatív-, és számítással meghatároztuk a gravimetriai függővonal-elhajlást.

A csillagászati geodéziai pontok  $r_0$  sugarú tartományán belül eső, tetszőleges, közbenső  $P_k$  pont interpolált relatív függővonal-elhajlás értéke a (2) átrendezésével, az együtthatók ismeretében számítható a

$$\left. \begin{aligned} ({}_r\xi_k)_{int} &= {}_{gr}\xi_k + a_1\varphi_k + b_1\lambda_k + c_1 \\ ({}_r\eta_k)_{int} &= {}_{gr}\eta_k + a_2\varphi_k + b_2\lambda_k + c_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

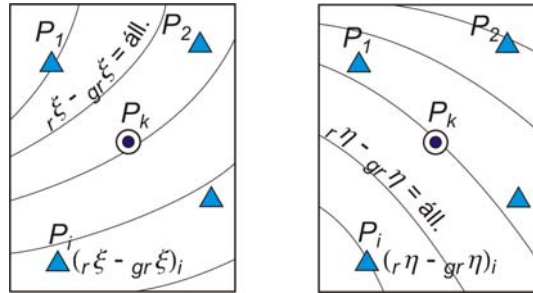
összefüggések alapján, ha a már említett módon kiszámítjuk a  $P$  pont gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőit az  $r_Σ$  sugarú környezet  $\Delta g_i$  nehézségi rendellenességei alapján a Vening Meinesz-összefüggés és a (2) felhasználásával.

A feladat rajzi eljárással is megoldható. Ekkor a 3. ábrán látható módon koordináta-hálózattal ellátott két lapra felrakjuk a mért csillagászati geodéziai pontok helyzetét. A pontok mellé az egyik lapra beírjuk a kiszámított relatív és gravimetriai függővonal-elhajlás  $\xi$  összetevőinek, a másik lapra az  $\eta$  összetevőinek a különbségét. Az így nyert számértékek közé lineáris interpolálással megrajzoljuk a  ${}_r\xi - {}_{gr}\xi = áll.$  és az  ${}_r\eta - {}_{gr}\eta = áll.$  görbéket.

A tetszőleges, közbenső  $P_k$  pontot mindkét lapra koordinátái alapján felrakva, (az izovonalak közötti lineáris interpolálással) leolvasható a függővonal-elhajlás összetevők relatív és gravimetriai értéke közötti különbség. A  $P_k$  pont relatív inter-

polált függővonal-elhajlás értékét megkaphatjuk, ha a graviméteres kiértékelés alapján a  $P_k$  pontba kapott gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőkhöz az ábrából leolvasott különbségeket hozzáadjuk, vagyis:

$$\left. \begin{aligned} ({}_r \xi_k)_{int} &= {}_{gr} \xi_k + ({}_r \xi - {}_{gr} \xi)_k \\ ({}_r \eta_k)_{int} &= {}_{gr} \eta_k + ({}_r \eta - {}_{gr} \eta)_k \end{aligned} \right\} \quad (4)$$



3. ábra. A gravimetriai sűrítés grafikus megoldása

A függővonal-elhajlások gravimetriai sűrítésének módszerével meghatározott értékek megbízhatósága alapvetően az  $r_0$  és az  $r_\Sigma$  sugarú tartomány kiterjedésének arányától, gravimetriai pontsűrűségétől és a domborzati viszonyoktól függ. Kedvező körülmények között a sűrítés  $\pm 0.5'' \div 1''$  körüli középhibával végezhető.

### Sűrítés a domborzat alapján

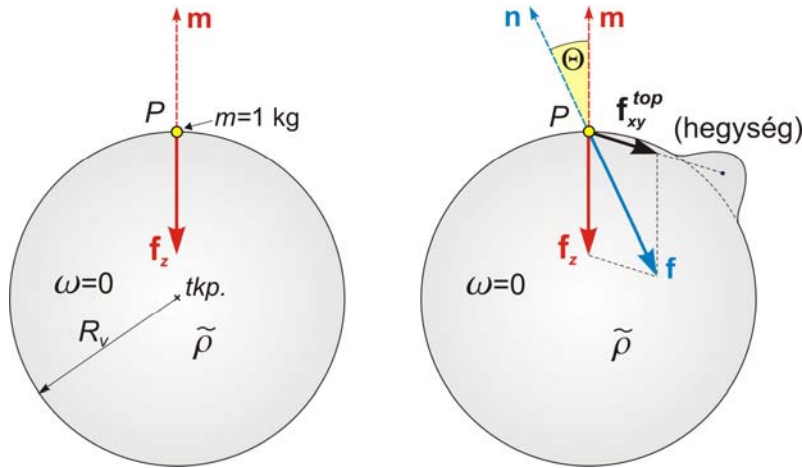
A függővonal-elhajlások sűrítéséhez szükséges közbenső információt a Föld tömegeloszlására vonatkozóan graviméteres mérések hiányában a domborzat alapján is nyerhetjük. Ez esetben kétféle eljárást is követhetünk: a számítást pusztán a látható (topográfiai) tömeg-rendellenességek alapján végezzük, vagy figyelembe vesszük az őket izosztatikusan kiegyenlítő (nem látható) rendellenességeket is. Mindkét esetben az eljárás alapjául topográfiai térkép szolgál.

A függővonal-elhajlásokat alapvetően a Föld tömegeloszlásának szabálytalanságai eredményezik. Első közelítésben tételezzük fel, hogy ezek a szabálytalanságok csupán a tengerszint fölé emelkedő látható topográfiai tömegek. Ez esetben elképzelhető, hogy ezen tömegek vonzó hatását kiszámítva meghatározhatjuk a függővonal-elhajlás értékeket mérés nélkül, számítás útján. (Ezek természetesen nem a valódi függővonal-elhajlás értékek, hiszen így nem vesszük figyelembe a felszín alatti sűrűség-inhomogenitások hatását.)

Egyszerűség kedvéért tekintsük a Földet a 4. ábrán látható formában  $R_0$  sugarú  $\tilde{\rho}$  sűrűségű homogén gömbnek, és ezen képzeljünk el egy  $\rho$  sűrűségű kiemelkedő tömeget (hegységet). Jelöljük ki a gömb alakú földfelszínen egy tetszőleges  $P$  pontot, ahol egységnyi (1 kg) tömeget képzelünk. (Egyszerűség kedvéért a Föld forgásától tekintsünk el.) Az egységnyi tömegünkre hat a teljes földtömeg vonzóereje, melyet  $f_z$  függőleges és  $f_{xy}^{top}$  vízszintes térerősség összetevőre bonthatunk. Az előbbi származtatható a gömb alakú földtömeg, az utóbbi pedig a közeli kiemelkedő tömeget vonzó hatásából. A függővonal-elhajlás  $\Theta$  szöge előállítható a két összetevő

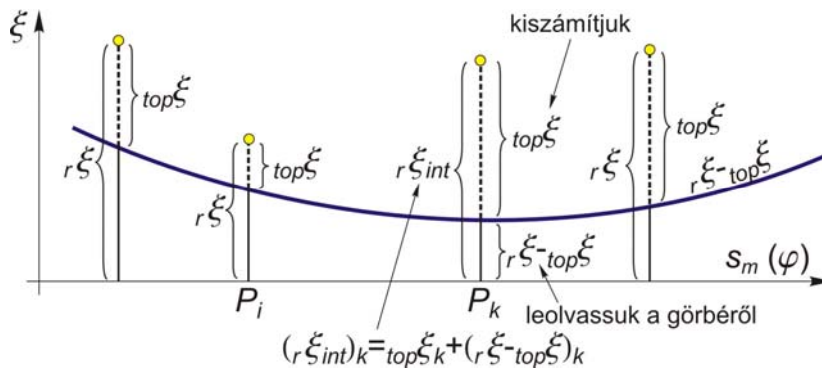
$$\tan \Theta \approx \Theta = \frac{f_{xy}^{top}}{f_z} \quad (5)$$

arányaként. A kiemelkedő tömegtöbblet szabálytalan alakú melyet a rendelkezésünkre álló topográfiai térkép ábrázol.



4. ábra. A topográfiai tömegek hatása a függővonal-elhajlásra

Igen egyszerűen szemléltethető a módszer pl, az 5. ábrán látható meridián-metszetben. Első lépésben a rendelkezésre álló asztrogeodéziai pontokban felmérjük az ismert relatív függővonal-elhajlás értékeket, majd ugyanezen pontokban kiszámítva a topografikus értéket is és levonva ezeket a relatív értékekből meghatározható a  $r_{\xi-top\xi}$  görbe. Ezt követően a metszet bármely ismeretlen pontjában szintén ki kell számítani a topografikus értéket, majd ugyanitt hozzáadva ezt a görbéről leolvasható  $r_{\xi-top\xi}$  különbséghez, megkapjuk a kívánt relatív értéket.



5. ábra. Függővonal-elhajlás sűrítés meridián-metszetben a topográfiai tömegek alapján

A topográfiai tömegek alapján elvégzett függővonal-elhajlás sűrítéssel elérhető megbízhatóság azonban a gravimetriai sűrítési módszerhez viszonyítva kisebb lesz, mivel a tapasztalatok szerint a látható tömegekből számított függővonal-elhajlások ugyan a mért értékekkel megegyező előjelűek, de nagyságuk (abszolút értékük) jóval nagyobb ezeknél – esetleg többszörösük is lehet. Ez a megfigyelés vezetett egyébként

az *izosztázia* jelenségének felismerésére, ami lehetőséget teremtett a függővonal-elhajlások izosztatikus redukálásán keresztül a sűrítés pontosságának javítására.

## **Sűrítés gradiométeres mérések alapján**

A Föld tömegeloszlására vonatkozó közbenső információt a függővonal-elhajlások sűrítéséhez gradiométeres mérések alapján is nyerhetünk, amelynek klasszikus mérőműszere az Eötvös-féle torziós inga.

A módszer megbízhatósága sík vidéken, elegendő sűrű hálózatok esetén a hazai tapasztalatok szerint akár 0.5'' körüli középhibával jellemezhető. Magyarországon elsősorban az alföldi területeinken alkalmazható előnyösen, ahol kiváló minőségű Eötvös-inga mérési eredmények állnak rendelkezésre. Megjegyezzük, hogy a Kárpát-medencében az elmúlt évszázadban mintegy 60000 Eötvös-inga mérést végeztek, amely kiváló lehetőséget biztosít az ezirányú geodéziai felhasználásra.