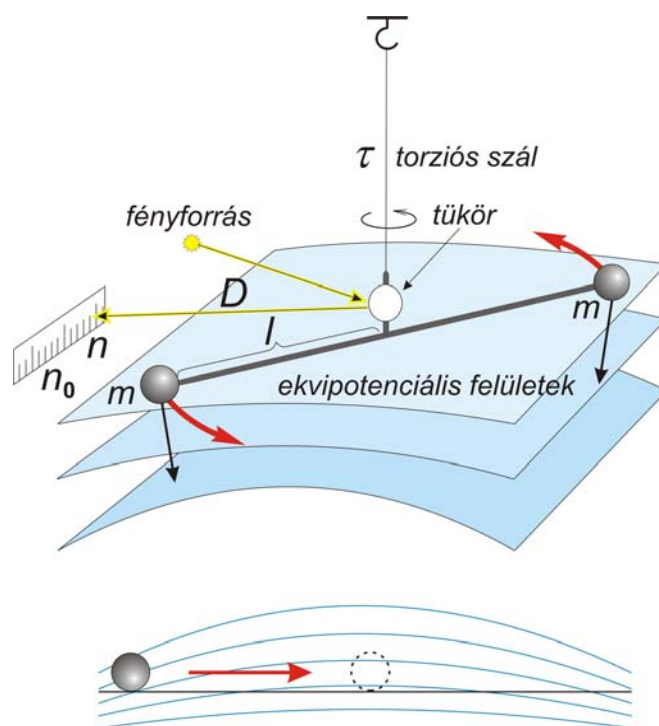


## Fizikai geodézia és gravimetria / 5.

### GRADIENSEK MEGHATÁROZÁSA

A nehézségi erőtér abszolút és relatív meghatározási módszere mellett harmadik lehetőség a gradiensek mérése. A gradiens-mérésekből megkapjuk, hogy a különböző irányokban, egységnyi távolságon mennyivel változik meg a nehézségi erő értéke. A gradiensek meghatározására az Eötvös-ingák és az ún. gradiométerek szolgálnak.

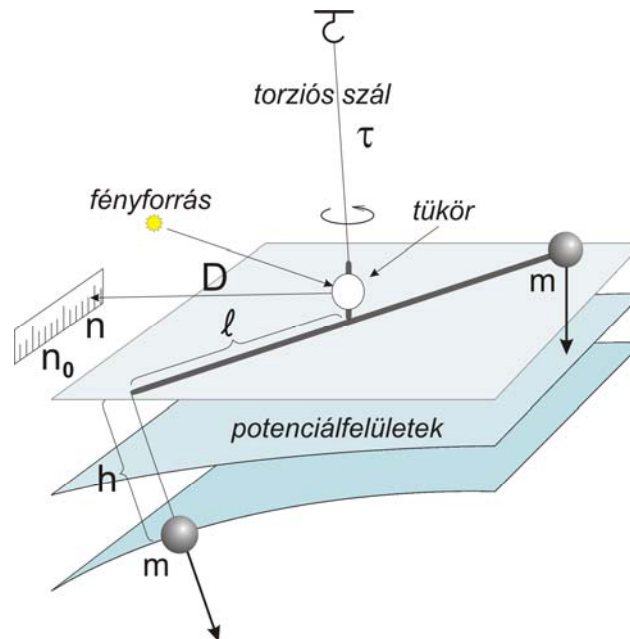
A Coulomb-ingával végzett kísérletei során Eötvös Loránd azt tapasztalta, hogy ha a szerkezetet magára hagyjuk, akkor az ingára alapvetően csak a nehézségi erő hat (1. ábra). Felírva az inga egyenletét kiderült, hogy a Coulomb-féle inga csak a nehézségi erő szintfelületének alakjára érzékeny. Koncentrikus hengerpalást alakú szintfelületek esetén, a nehézségi erő nagysága nem változik, iránya viszont igen. A nehézségi erő összetevőkre bontása után kitűnik, hogy a forgatónyomaték az ingakart a legkisebb görbület irányába igyekszik elforgatni, ezáltal a szintfelület görbületi viszonyairól ad felvilágosítást. Megadja a legkisebb görbület irányát és egy, a két főgörbület különbségével arányos mennyiséget, amelyet görbületi értéknek, röviden görbületnek nevezünk.



1. ábra. A Coulomb-inga működésének alapelve

Ezt követően született Eötvös egyszerű, de zseniális ötlete, ami szerint ha a Coulomb-inga két tömege közül az egyiket nem az ingakaron rögzítjük, hanem egy vékony szálon felfüggesztve az ingakarról lelógatjuk, akkor ez a szerkezet már nem csak a szintfelület görbületi viszonyait képes felderíteni, hanem arra is érzékeny lesz, hogy

ha nem párhuzamosak egymással a szintfelületek, vagyis ezzel a szerkezettel a görbületi adatok mellett a horizontális gradiensek is mérhetők.



1. ábra. Az Eötvös-inga működésének alapelve

Az Eötvös-inga rúdja egyrészt a nehézségi erő térbeli változásából származó forgatónyomaték, másrészt ezzel ellentétes értelemben a felfüggesztő szál csavarási nyomatéka hat. Egyensúly esetében a két ellentétes irányú forgatónyomaték egyenlő egymással. Ez teszi lehetővé a nehézségi erő térbeli változását a felfüggesztő szál csavarási nyomatékával és így a nehézségi erő térbeli változását jellemző mennyiségek meghatározását. Levezethető, hogy a forgatónyomatékok egyensúlya esetén:

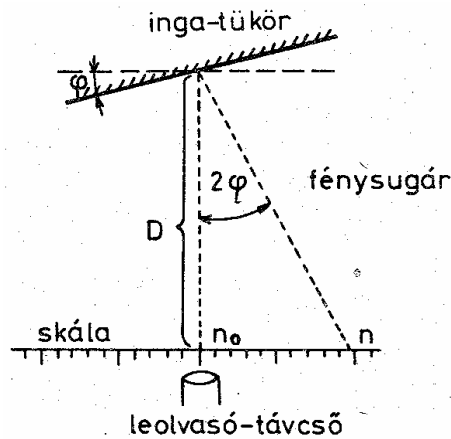
$$-\tau\varphi = K\left(W_{\Delta}\frac{\sin 2\alpha}{2} + 2W_{xy}\frac{\cos 2\alpha}{2}\right) + hlm(W_{zy}\cos\alpha - W_{zx}\sin\alpha) \quad (1)$$

ahol  $W_{zx}$  és  $W_{zy}$  a nívófelületi (vízszintes) gradiens összetevői,  $W_{\Delta}$  és  $W_{xy}$  a görbületi mennyiségek,  $\alpha$  a műszer felállítási irányának azimutja,  $h$ ,  $l$  és  $m$  a 2. ábrán látható mennyiségek,  $K$  az inga tehetetlenségi nyomatéka,  $\tau$  a felfüggesztő szál csavarási állandója,  $\varphi$  pedig az ingarúd nyugalmi helyzetétől mért elfordulásának szöge. Az ingarúd  $\varphi$  elfordulási szöge helyett vizuális leolvasás esetén a 3. ábrán látható  $n$  beosztásértéket olvassuk le, így:

$$\varphi = \frac{n - n_0}{2D} \quad (2)$$

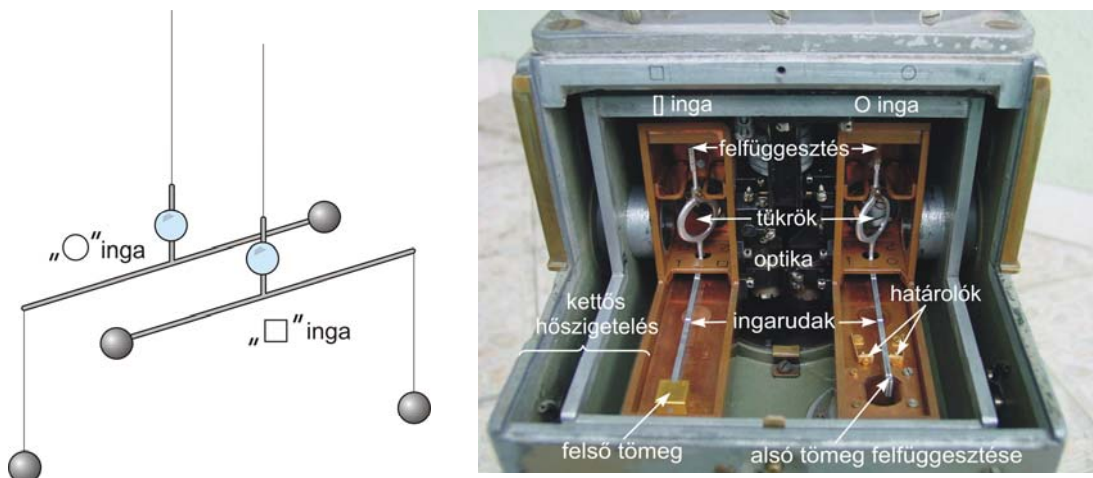
ahol  $n_0$  az inga nyugalmi helyzetének megfelelő beosztásérték,  $D$  pedig az optikai úthossz (a skála és az ingarúddal rögzített tükör távolsága). Ezek figyelembevételével az Eötvös-inga egyenlete:

$$n - n_0 = \frac{DK}{\tau}(W_{\Delta}\sin 2\alpha + 2W_{xy}\cos 2\alpha) + \frac{2Dhlm}{\tau}(W_{zy}\cos\alpha - W_{zx}\sin\alpha) \quad (3)$$



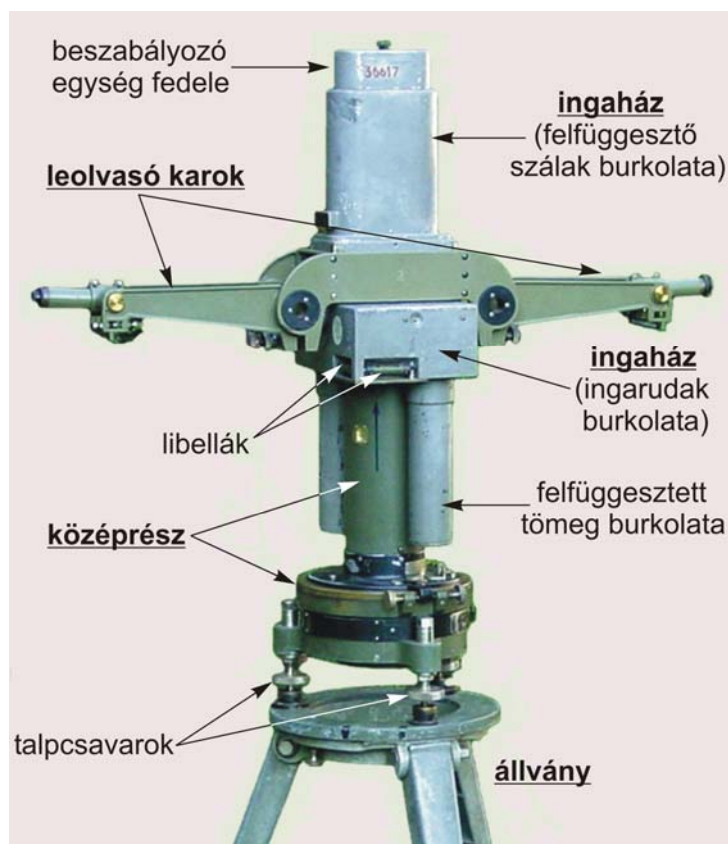
3. ábra. Az elfordulás és a skálaérték közötti kapcsolat

Amennyiben ismerjük a műszer  $D$ ,  $K$ ,  $\tau$ ,  $h$ ,  $\ell$  és  $m$  állandóit, akkor az ingarúd helyzetét jellemző  $n$  skálaleolvasás az  $n_0$ ,  $W_{\Delta}$ ,  $W_{xy}$ ,  $W_{zx}$  és  $W_{zy}$  öt ismeretlen mennyiség függvényeként fogható fel. Ahhoz tehát, hogy a torziós szál  $n_0$  csavarásmentes helyzetét, valamint az illető mérési pontban a nehézségi erőter megváltozását jellemző fenti potenciálderiváltakat egyértelműen meghatározhassuk, 5 mérés szükséges; azaz ugyanazon mérési ponton legalább 5 különböző  $\alpha$  azimutban kell mérni az ingával. Ez az első ingák esetében valóban így is volt, azonban rövidesen olyan műszereket szerkesztettek, amelyekbe egyszerre két ingát ("O" és "□" jelű ingát) építettek be, egymáshoz képest  $180^\circ$ -kal elfordítva antiparalell helyzetben (4. ábra). Ekkor természetesen újabb ismeretlen mennyiség lép fel: ez a másik inga  $n'_0$  csavarásmentes állapota. Ezzel a kettős ingával három különböző  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  azimutban mérve az  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n'_1$ ,  $n'_2$ ,  $n'_3$  leolvasások alapján a hat ismeretlen: az  $n_0$ ,  $n'_0$ , valamint a keresett  $W_{zx}$  és  $W_{zy}$  gradiensek, és a  $W_{\Delta}$ ,  $W_{xy}$  görbületi mennyiségek egyértelműen meghatározhatók. Érdeemes észrevenni, hogy ha az Eötvös-inga (1), vagy (3) alapösszefüggésében  $h = 0$  értéket írunk, akkor a Coulombe-inga alapegyenletére jutunk, amivel a horizontális gradienseket nem-, csak a görbületi mennyiségeket tudjuk meghatározni.



4. ábra. A kettős-inga alapelve, és az Auterbal-ingában megvalósított elrendezése.

A gyakorlatban az 1920-as évekre kifejlesztett Eötvös-Rybár-féle torziós (Auterbal) ingák terjedtek el, amelyek automatikusan fotoregisztrálással működtek, emiatt az észlelőnek már nem is kellett a méréskor a műszer mellett tartózkodnia. Az inga szerkezete az 5. ábrán látható.



5. ábra. Az Auterbal-inga felépítése.

Négy fő szerkezeti egysége: az ingaház, a középrész, az állványzat és a leolvasókar. Az ábrán látható ingaház a műszer legfontosabb szerkezeti eleme, ebben található két egymástól teljesen független, ugyanakkor egyenértékű torziós inga egymással antiparalell felfüggesztésben. Az ingaház és a középrész a későbbi fejlesztésű és széles körben elterjedt E54 típusú ingával ellentétben még egyetlen egységet képez, ők probléma esetén csak 6 db erős összekötő-csavar eltávolításával választhatók ketté. Az ingaház felső részén található a beszabályozó csavarok, ezek a védőkupak eltávolításával válnak hozzáférhetővé. A 6. ábrán látható módon itt állítható külön-külön a két inga felfüggesztési magassága, és itt nyílik lehetőség az ingatestek parányi elfordítására. Ugyancsak itt lehet előkészíteni a torziós szálak kiemelését, illetve cseréjét. Ezeket a műveleteket kizárólag speciális ismeretekkel és nagy gyakorlati tapasztalattal rendelkező szakember végezheti el, a legkisebb rossz mozdulat a torziós szál szakadását eredményezi. A torziós szálak ma már pótolhatatlanok.

Vizuális leolvasás esetén speciális leolvasókar csúsztatható az ingaházra a felső részén található függőleges sínekre. A leolvasókaron és az ingaházon található egyező sorszámzásnak megfelelően egyetlen helyzetében illeszthető finoman és akadálymentesen a leolvasókar az ingaházra, fordított felhelyezés esetén a kar rászorulhat az öt vezető függőleges sínekre.



6. ábra. A torziós szálak besabályozó csavarjai

Az ingaházon belül a két antiparalell elhelyezésű inga kettősen hőszigetelt térben van, mindkét alumíniumból készült ingarúd a felülről ráerősített tükrön keresztül csatlakozik a felfüggesztő torziós szálakhoz. Az Auterbal-ingában a torziós szálak vastagsága 0.017 mm (a vékonyabb hajszálak vastagsága 0.02 mm). A 4. ábrán jól látható a baloldali ingán az ingarúdra erősített téglatest alakú tömeg, a másik vele párhuzamos ingakaron pedig az alsó tömeg felfüggesztési helye. Megkülönböztetésül az egyik ingát “O”-val jelölve kör-ingának, a másikat “[ ]”-val jelölve szögletes-ingának nevezzük. Az ingák lengési tartománya a 4. ábrán látható “határolókkal” állítható be, az ingák elfordulási szöge valamivel kisebb mint  $\pm 2^\circ$ . Példaként a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék Auterbal-ingájának fontosabb fizikai paraméterei az I. táblázatban láthatók összefoglalva.

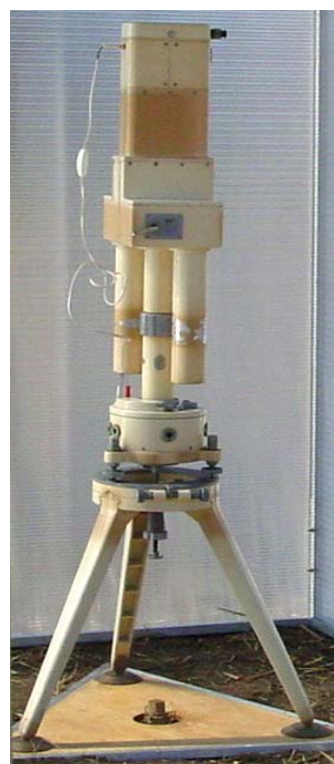
I. táblázat. Az Auterbal-inga fontosabb fizikai paraméterei

	O inga	[] inga
$m$ tömeg	14.905 g	14.906 g
az ingarúd vízsz./ függ. irányú vastagsága	2 / 7 mm	2 / 7 mm
$l$ az ingarúd fél karhossza	7 cm	7 cm
$L$ a torziós szál hossza	20 cm	20 cm
$d$ a torziós szál átmérője	0.017 mm	0.017 mm
$\tau$ a torziós szál csavarási állandója	0.0612 [cgs]	0.0616 [cgs]
$h$ az ingakar és a lelógó tömeg távolsága	20.987 cm	20.992 cm
$K$ tehetetlenségi nyomaték	1634.2 [cgs]	1652.6 [cgs]
$D$ tükör - skála távolság	32.46 cm	32.46 cm
skálaosztás	0 - 280	280 - 560
egy skálaosztás távolsága	0.25 mm	0.25 mm
ingakar $1^\circ$ -os elfordulása	88 skálaosztás	88 skálaosztás
torziós fej állítócsavarjának menetemelkedése	1 mm	1 mm
a két inga egymástól mért távolsága	7 cm	



Az Auterbal-inga 5. ábrán bemutatott középrészének több fontos funkciója van. Legfontosabb része egy bonyolult óraszerkezet, amely az ingát elforgatja és különböző azimutokban leállítja. Az ingával 3, 4, vagy 5 azimutban lehetséges a mérés, így a kiinduló É-i irányhoz viszonyítva  $360^\circ/3=120^\circ$ -onkénti (3 azimutos mérés),  $360^\circ/4=90^\circ$ -onkénti (4 azimutos mérés), vagy  $360^\circ/5=72^\circ$ -onkénti (5 azimutos mérés) lehetséges. A kívánt azimutszám a középrészen található beállító kar megfelelő pozícióba fordításával választható meg. Ahhoz, hogy a torziós inga különböző azimutokba el tudjon fordulni, a mérés előtt a műszert „fel kell húzni”, vagyis az óramutató járásával ellentétes irányban a rugóerő ellenében el kell forgatni. A felhúzás során összesen négyszer lehet körbefordítani az ingaházat, a felhúzás mértékét a középrész hengeres falán kiképzett ablakokban lehet ellenőrizni.

Az Auterbal-inga modernebb, továbbfejlesztett változata a 7. ábrán látható E54 inga, melyet az 1950-es években gyártottak Magyarországon.



7. ábra. Az E54 inga szállításra bedobozolt-, illetve mérésre kész állapotban.

Az Auterbal-ingán a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék munkatársai az utóbbi években fontos fejlesztéseket hajtottak végre. Az automatikus leolvasás megvalósítása céljából CCD-érzékelős kamerákat szereltek fel a levasókarokra, a skálák megvilágítására pedig erős fényű LED-eket (fénykibocsátó diódákat) erősítettek a leolvasó távcsövek alá. A kamerák vezérlését, a képek rögzítését számítógéppel oldották meg, a szükséges szoftvereket Linux operációs rendszer alá fejlesztették. Mivel a kamerák alkalmazásával lehetőség nyílt hosszú időn keresztül akár másodpercenként több leolvasást végezni, ezzel új távlatok nyíltak eddig ismeretlen jelenségek megfigyelésére. Lehetővé vált például a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelése, és a hosszú idejű drift pontosabb tanulmányozása is elérhetővé vált.