A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR SZERKEZETE. TÉRERŐSSÉG VAGY GYORSULÁS? JELENTŐSÉGE A GEODÉZIÁBAN.

A fizikai erőterekkel kapcsolatos kérdések a természettudományok legizgalmasabb problémái. Ilyen kérdések például: mi a gravitációs erőtér, miképpen ered az anyagon belül, hogyan és mekkora sebességgel terjed a gravitációs hatás, vagy miképpen „érzi" az egyik tömeg a másik hatását? Természetesen a fizikusok a kérdések egy részére elméleti fizikai megfontolások alapján rendelkeznek különféle elképzelésekkel, de a számunkra láthatatlan, kezünkkel megfoghatatlan erőterek továbbra is misztikus homályban rejtőzködnek előttünk.

Az univerzum tömegei egyetlen pontba zuhannának, ha a tömegek között csak gravitációs (tömegvonzási) erő hatna. A tömegvonzási erővel azonban a keringési centrifugális erő tart egyensúlyt – biztosítva ezzel a világegyetem létezését. *Mivel a természet csak azonos fizikai mennyiségeket képes összeadni, ezért jó okunk van feltételezni, hogy a gravitációs és a keringési centrifugális erőtér ekvivalens*.

A földi nehézségi erőtérnek kiemelten fontos szerepe van a geodéziában, ahol egyrészt a Földünk elméleti alakjának, a geoidnak a fogalmát a nehézségi erőtér felhasználásával definiáljuk, másrészt a geodéziai méréseinket is ehhez a fogalomhoz kapcsoljuk, mivel a helymeghatározó mérések során a műszereinket minden esetben a helyi függőlegeshez, azaz a nehézségi erő vektorának irányához állítjuk be. A különböző magasságfogalmak definíciója, a magasságok meghatározása szintén szorosan kapcsolódik a földi nehézségi erőtérhez. Az egyetlen feltevésmentes magasság, a geopotenciális érték meghatározása a geometriai szintezés mellett megköveteli a nehézségi erő egyidejű mérését.

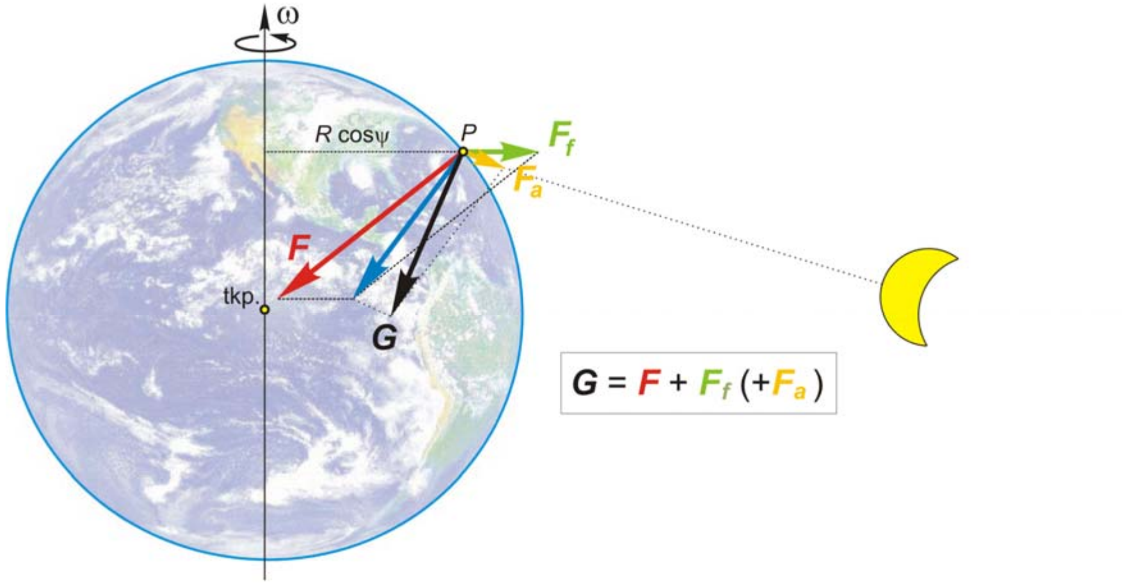
A Föld nehézségi erőtere

A földi nehézségi erőt általában a két legjelentősebb összetevő: a Föld tömegének Newton-féle tömegvonzásából származó $\mathbf{F}$ erő és a Föld tengelykörüli forgásából keletkező $\mathbf{F_f}$ centrifugális erő eredőjeként értelmezzük. Emiatt élesen meg kell különböztetni a ***tömegvonzási, vagy gravitációs erő (gravitation)*** **és a** ***nehézségi erő (gravity)*** fogalmát – ugyanis a gravitációs (tömegvonzási) erő a nehézségi erőnek csupán az egyik összetevője. Szigorú értelemben azonban a nehézségi erő nem csak a Föld tömegvonzása és a tengelykörüli forgásból származó centrifugális erő eredője, hanem ehhez még hozzájön a Földön kívüli égitestek (elsősorban a Hold és a Nap tömege) vonzó hatásának, valamint a Föld és a Hold, illetve a Föld és a Nap közös tömegközéppontja körüli keringésből származó centrifugális erők $\mathbf{F_a}$ eredője, amelyet *árapálykeltő erőnek* nevezünk.

Így végül is a Föld tetszőleges pontjában valamely m tömegű testre ható $\mathbf{G}$ nehézségi erő (a test súlya) az *1. ábra* tanúsága szerint:

$$\mathbf{G} = \mathbf{F} + \mathbf{F_f} + \mathbf{F_a} \ , \tag{1}$$

ahol **F** az *m* tömegre ható Newton-féle tömegvonzás, $\mathbf{F_f}$ a forgási centrifugális erő és $\mathbf{F_a}$ a Földön kívüli égitestektől származó árapálykeltő erők eredője.



1. ábra. A földi nehézségi erő összetevői.

Valamely test nehézségi erőterét akkor tekinthetjük ismertnek, ha a tér minden $P(x, y, z)$ pontjában meg tudjuk adni a nehézségi erő $\mathbf{G}(x, y, z)$ vektorát. A nehézségi erő definíciója azon az erőhatáson alapul, amelyet a nehézségi erőtér a különböző testek tömegére gyakorol.

A pontszerűnek képzelt *M* és *m* tömeg között fellépő erőhatást a jól ismert *Newton-féle tömegvonzási törvény* írja le:

$$\mathbf{F} = k\frac{Mm}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) , \tag{1}$$

ahol **r** a tömegek közötti vektor, *r* a vektor hossza (a tömegek közötti távolság); *k* pedig pozitív arányossági tényező, a Newton-féle gravitációs együttható. Az $\mathbf{F}(x, y, z)$ erőfüggvény elvileg alkalmas a tömegvonzási erőteret keltő test körüli tér jellemzésére, azonban erre a célra mégsem használjuk, mivel az értéke nem csak a vizsgálandó teret keltő *M* tömegtől, hanem a vizsgálatot végző műszerek különböző *m* érzékelő tömegeitől is függ. Az (1) viszont az

$$\mathbf{F} = m\mathbf{E} \tag{2}$$

formában is felírható, ahol

$$\mathbf{E} = k\frac{M}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) \tag{3}$$

már csak az *M* tömeg erőterét jellemző vektormennyiség: a *tömgvonzási (gravitációs) térerősség*. A (2) alapján egyébként a tömegvonzási térerősség úgy is értelmezhető, mint az egységnyi tömegre ható erő – amennyiben a térerősséget 1 kg értékkel megszorozzuk.

Mivel a térerősség vektormennyiség, ezért a megadásához minden pontban 3 összetevőjét kell ismernünk, mint a hely függvényét. A vektoriális megadási mód körülményessége azonban megkerülhető, mivel a teret egyetlen olyan skaláris mennyiséggel is le tudjuk írni, melyből az erőtér vektorösszetevői a gradiens-operátor alkalmazásával származtathatók. Ez a skaláris mennyiség az *erőtér potenciálja*. Valamely M tömegtől r távolságra a tömegvonzási potenciál értéke:

$$V = k\frac{M}{r} \ . \tag{4}$$

A térerősség összetevői a potenciálfüggvény megfelelő koordináták szerinti differenciálásával egyszerűen adódnak. Mindezt egyetlen vektoregyenletben felírva:

$$\mathbf{E} = -gr\vec{a}d\, V \tag{5}$$

vagyis a térerősség a potenciál gradiense.
Ebben az $\mathbf{E}$ erőtérben bármely m tömegre az erőhatás:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}\, m = k\frac{Mm}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) . \tag{6}$$

Ugyanakkor a tengelykörüli forgás következtében az m tömegű testre

$$\mathbf{F_f} = m\omega^2\mathbf{p} \tag{7}$$

forgási centrifugális erő is hat; ahol $\mathbf{p}$ az $\mathbf{r}$ vektor forgástengelyre merőleges összetevője (a hossza: $p = r\cos\psi$, ahol ψ a két vektor által bezárt szög), ω pedig a Föld forgási szögsebessége.

Nehézségi térerősség, vagy nehézségi gyorsulás?

Tapasztalatunk szerint a *2. ábrán* látható módon rugóra felfüggesztett test a rugót megfeszíti. A rugó megnyúlása arányos a rugót feszítő erővel és fordítottan arányos a rugó erősségével (ami a rugóállandóval jellemezhető). A rugót feszítő erő a felfüggesztett test tömegével és a nehézségi térerősséggel arányos:

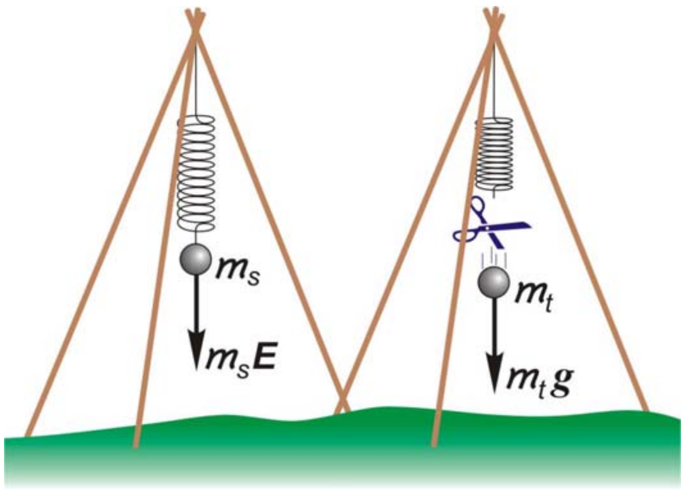
$$\mathbf{G} = m_s\mathbf{E} \ . \tag{8}$$

Itt m_s a test azon tulajdonságát jellemzi, hogy adott nehézségi erőtérben mennyire képes megnyújtani egy rugót. A test e statikai tulajdonságát az m_s *"súlyos"* tömegének nagyságával jellemezhetjük. A rugóra felfüggesztett test most nyugalomban van, hiszen a rá ható erők eredője zérus, mert a $\mathbf{G}$ súlyerőt pontosan kiegyensúlyozza az ellentétes irányú rugóerő.

Vizsgáljuk meg, mi történik abban az esetben, ha a rugó elszakad, vagy levágjuk a rugóra függesztett tömeget. Ekkor megszűnik az a rugóerő, mely egyensúlyt tartott a súlyerővel, de változatlanul ugyanaz az erőtér fog ugyanarra a testre hatni. Így a test a rá ható eredő erő, a súlyerő hatására Newton II. $\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$ törvényének megfelelően gyorsuló mozgást fog végezni. Ha a légellenállástól eltekintünk, a test a szabadesés gyorsulásával, a g nehézségi gyorsulással fog mozogni, tehát

$$\mathbf{G} = m_t \mathbf{g} \ , \tag{9}$$

ahol m_t a test azon tulajdonságát jellemzi, hogy adott nehézségi erőtérben mennyire képes ellenállni annak a gyorsító erőnek, amely a mozgásállapotát igyekszik megváltoztatni. A test e dinamikai tulajdonságát az m_t *"tehetetlen"* tömegének nagyságával jellemezhetjük.



2. ábra. A súlyos és a tehetetlen tömeg viselkedése nehézségi erőtérben.

Tekintettel arra, hogy a (8) és a (9) egyenletek baloldalán ugyanaz a súlyerő szerepel, ezért

$$m_s \mathbf{E} = m_t \mathbf{g} \ . \tag{10}$$

Galilei olasz természettudós több mint 300 évvel ezelőtt egyidejűleg két testet: vas és fagolyót ejtett le, és azt tapasztalta, hogy a két test a nagy súlykülönbség ellenére gyakorlatilag egyidőben ért a talajra. Eötvös Loránd továbblépett, és az akkori technikai lehetőségeknek megfelelően a kilencedik jegyig terjedő pontossággal igazolta a súlyos és a tehetetlen tömeg azonosságát (*Renner 1964, Perjés 2005*). Einstein az ekvivalencia-, tehát a súlyos és a tehetetlen tömeg azonossága elvére építette fel az általános relativitás elméletét. Minden elméleti fizikai megfontolás és minden megfigyelés amellett szól, hogy a súlyos és a tehetetlen tömeg ugyan a testek két teljesen eltérő tulajdonságát jellemzi, mégis a két mennyiség egyenlő egymással (*Misner és társai 1973*), tehát az

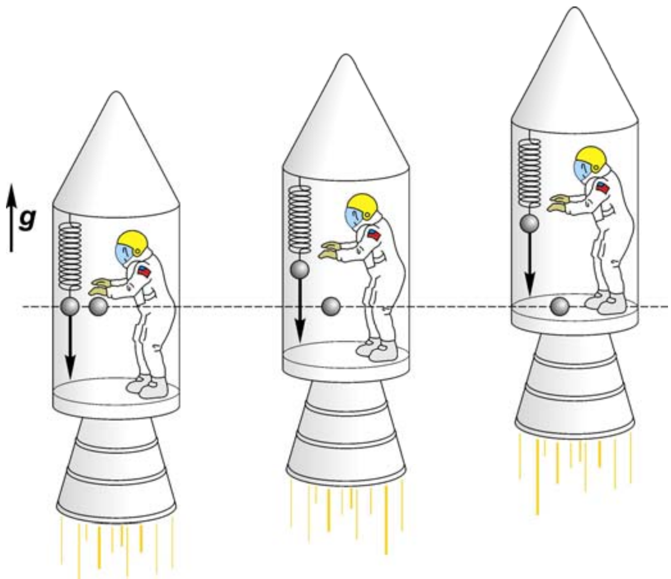
$$m_s = m_t \tag{11}$$

egyenlőség miatt a (10) alapján

$$\mathbf{E} = \mathbf{g} \ . \tag{12}$$

Eszerint tehát *a szabadon eső test gyorsulása, a nehézségi gyorsulás, irány, értelem és nagyság szerint megegyezik a nehézségi térerősséggel.* Fogalmilag, azonban a kettőt megkülönböztetjük, és mindegyiket a maga helyén használjuk. Így, pl. a nehézségi erőtér *potenciálját* az (5) szerint a *térerősséghez* rendeljük (így lesz a jellege fajlagos munka). Az eredmény tulajdonképpen nem is meglepő, hiszen a (11) egyenlőség elfogadása után a (12) nem más, mint Newton II. törvényének a tömegegységre vonatkoztatott alakja, ami a keletkező gyorsulást és az őt létrehozó erőt kapcsolja össze.

Eddig a kérdést a newtoni gravitáció elmélet alapján tárgyaltuk. Nézzük meg a kérdést az általános relativitás elmélet alapján. Végezzünk el egy fontos gondolatkísérletet Einstein ötlete alapján *(Jones, Childers 1990)*! Képzeljünk el egy űrhajót a világegyetem olyan távoli részén, ahol sem a közeli, sem a távoli környezetben semmiféle tömegek nem találhatók és ennek megfelelően a gravitációs erőtér zérus. Ha elindítjuk az űrhajó rakétahajtóművét, a tolóerő hatására Newton II. törvényének megfelelően az űrhajó gyorsuló mozgással elindul. Alkalmazzunk olyan erős rakétahajtóművet, amely éppen $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ gyorsulással mozgatja az űrhajót! Mivel az űrhajó kabinjában lévő tömegek a tehetetlenségük miatt igyekeznek helyben maradni, az űrhajós által elengedett tömeg a kabinhoz viszonyítva $-\mathbf{g}$ gyorsulással a padlóra „esik”, a rugóra felfüggesztett tömeg pedig a *3. ábrán* látható módon $\mathbf{F} = m_t\,\mathbf{g}$ erővel megnyújtja a rugót. Az ekvivalencia elvnek megfelelően az űrhajós a zárt kabin belsejében semmiféle fizikai kísérlettel nem tudja eldönteni, hogy az űrhajó a Föld nehézségi erőterében a Föld felszínén egyhelyben áll és a kilövésre vár, vagy éppen a világegyetem távoli, térerősség-mentes részén g gyorsulással mozog. Számára a nehézségi erőtér teljesen azonos a gyorsuló erőtérrel.



3. ábra. A gyorsuló erőtér hatása.

Elsőként Einstein vetette fel azt a forradalmi gondolatot, hogy a tömegek a maguk környezetében megváltoztatják a számunkra egyszerűnek tűnő téridő szerkezetét úgy, hogy a szabadon mozgó testek nem az Euklideszi geometriának megfelelő egyenes vonalak mentén, hanem görbe pályán haladnak. Így a gravitációt keltő tömegek hatására a fénysugarak sem egyenes vonalú pályán mozognak, hanem mindenkor a számukra legegyszerűbb, ún. geodetikus vonalak mentén terjednek. Mindez úgy értelmezhető, hogy a tömegek a maguk környezetében megváltoztatják az Euklideszi geometriával leírható téridő egyszerű szerkezetét és maguk körül a *Bolyai-geometriával* leírható bonyolultabb görbült tér-idő szerkezetet alakítanak ki. Einstein általános relativitás elmélete a Newton-féle gravitáció elmélet geometriai magyarázata, ami szerint tehát a fényt és a mozgó tömegeket az egyenes vonalú pályájukról nem a gravitációs erő téríti el, hanem ezek a mozgások éppen a gravitációs tömegek által kialakított görbült tér legegyszerűbb (legegyenesebb) ún. geodetikus vonalai mentén történnek. Tudjuk, hogy a klasszikus fizika megfogalmazása szerint a görbe pályán mozgó testeknek gyorsulása van, így szükségképpen bizonyos erő hat rájuk. A gravitáció jelenségét tehát a gyorsulás magyarázza, ami az általános relativitás elmélet szerint a tér sajátsága. Mivel maga a tömegek által kialakított tér görbült, a hatás minden tehetetlen tömegre ugyanakkora, következésképpen az ekvivalencia elve is magyarázatot nyer. Az Einsten-féle gravitáció elméletnek ma már több kísérleti bizonyítékát ismerjük; ilyenek pl. a Merkúr perihéliumának elfordulása, a fénysugarak elhajlása a Nap és a csillagok közelében, továbbá a vöröseltolódás jelensége a nagyobb tömegű csillagok színképében (*Misner és társai 1973*).

Mivel az általános relativitás elméletben valamely vonatkoztatási rendszer, amelyben tömegvonzás hat, egyenértékű egy gyorsuló mozgásban lévő másik vonatkoztatási rendszerrel (lásd az előbbi gondolati kísérlet), az elmélet a jelenségek leírását alapvetően a *gyorsulás* fogalmához kapcsolja. Ugyanakkor szakít – a geodéziában ma még kiterjedten használt – *potenciál* fogalmával.

*

Ma még a relativisztikus fizika és a newtoni mechanika egymás mellett él (sőt az általános relativitás elmélet határesetként a newtoni gravitációs elméletet tartalmazza is). Így nem meglepő, ha a felhasználói (alkalmazói) kör szakszerzői – fizikai világképüknek megfelelően – különböző fogalomrendszereket használnak. A newtoni mechanika ismeri, és használja a *térerősség*, a *gyorsulás* és az *erőtér potenciálja* fogalmát (a megfelelő mértékegységekkel), a relativisztikus fizika talaján állva, ezekből csak a *gyorsulás* fogalmának használata indokolt.

Ajánlott további irodalom:

Jones E R, Childers R L (1990): Contemporary College Phisics. *Addison-Wesley Publ. Comp.*
Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A (1973): Gravitation. *W.H Freeman and Comp.* San Francisco.
Perjés Z (2005): Precíz gravitációs kísérletek, *Fizikai Szemle*, LV, 45-48
Renner J (1964): Az Eötvös-kísérlet, *Fizikai Szemle*, XIV, 6-10