

# MAGYARORSZÁG ÚJ GRAVIMETRIAI ALAPHÁLÓZATA (MGH-2000) ÉS KAPCSOLATA AZ EGYSÉGES EURÓPAI GRAVIMETRIAI HÁLÓZATTAL

**Dr. Csapó Géza<sup>1</sup>**

az ELGI tudományos főmunkatársa

**Dr. Völgyesi Lajos<sup>2</sup>**

a BME docense

## 1. BEVEZETÉS

A Magyarországon bekövetkezett politikai változások egyik következménye a gravimetriai adatok titkosságának megszüntetése volt a kilencvenes évek elején, ami lehetővé tette a szakterület kutatóinak bekapcsolódását a nemzetközi szakmai szervezetek munkaprogramjaiba.

A Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Szövetség (IUGG) régóta tervezi egy kontinentális méretű, egységes méretarányú és alapszintű gravimetriai hálózat létrehozását Európában. Ennek feltételei mára megvalósultak, mert számos ország rendelkezik egységes méretarányt biztosító és a jelenlegi pontossági követelményeknek megfelelő, hordozható abszolút graviméterrel (AXIS, JILAG, GABL-M, stb.), ugyanakkor a globális geodéziai referencia rendszerek pontosításának igénye, számos geodinamikai és geotektonikai feladat, valamint geofizikai térképezési munka napi feladattá tette ennek a célkitűzésnek a realizálását.

Az európai országok gravimetriai alaphálózatai mind az abszolút állomások száma, mind pontsűrűség (I. és II. rendű bázisok száma és területi eloszlása), mind pedig pontosság tekintetében meglehetősen heterogének. Célszerű és szükséges egy olyan egységes hálózat kiépítése, amelynek alapelveit a NATO Geodéziai és Geofizikai Munkacsoportja (GGWG) és a Kelet-Európai Hadseregek Térképész Szolgálati polgári szakértők bevonásával 1994-ben Budapesten tartott tanácskozásán ajánlották. Ennek lényege egy cca. 100–150 km átlagos távolságú abszolút pontokból álló hálózat amelyen belül az I. és II. rendű bázispontokat korszerű relatív graviméterekkel célszerű meghatározni.

Az USA Távérzékelési és Térképészeti Szolgálat (NIMA, korábban: Védelmi Térképész Szolgálat = DMA) 1991-ben kezdte a WGS-84 referenciaellipszoid pontosítási munkáit Közép-Európában, amely munka keretében Magyarországnak is hathatós segítséget nyújtott mind a "Katonai GPS Hálózat" (KGPSH), mind az abszolút graviméteres alaphálózat létrehozásában [ÁDÁM, ET AL. 1994].

## 2. ELŐZMÉNYEK

Magyarország első, az egész ország területére kiterjedő gravitációs hálózatát (MGH-50) az ötvenes évek első felében létesítette az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet (ELGI) egy Heiland gyártmányú graviméterrel [RENNER, SZILÁRD 1959]. Ez a hálózat megfelelő

<sup>1</sup> Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Columbus u. 17-23.

<sup>2</sup> Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, H-1521 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

alapot biztosított az akkor indult ún. *országos áttekinto gravimetriai felmérés* munkáihoz, azonban a hatvanas évek nagyarányú ipari-, és infrastruktúrális fejlesztései miatt az utak mellé telepített pontok rohamosan pusztultak, vagy váltak mérésre alkalmatlanná.

A hatvanas években – akkor korszerűnek tekinthető – geodéziai típusú Sharpe graviméterekhez jutott az ELGI, ami lehetővé tette az I. rendű hálózat újramérését és kibővítését. A repülőtereken állandósított 19 hálózati ponton 1971-ben három CG-2 típusú Sharpe műszerrel, repülőgépes műszerszállítással végezték a méréseket. A hálózati pontokból egymáshoz oldalaikkal kapcsolódó három- és négyszögpoligonokat alakítottak ki, amelyeket folytonos "körbejárással", ismétléssel mérték [CSAPÓ, SÁRHIDAI 1990/A].

A hetvenes években új II. rendű gravimetriai alaphálózat létrehozására került sor: a bázispontokat idotálló építmények, általában templomok, vagy kastélyok kertjében állandósították 60x60x100 cm-es betontömbökkel, annak felső, talajszinten lévő síklapja közepében elhelyezett sárgaréz magassági jellel. A pontok magasságát szintezéssel határozták meg. A hálózat graviméteres méréseire két Sharpe CG-2 és egy geodéziai típusú LaCoste Romberg (LCR) műszerrel 1980-89 között került sor. A pontok átlagos távolsága 15÷20 km, amelyek között a műszerek és észlelők szállítását személygépkocsival végezték. A hálózat egymáshoz oldalakkal kapcsolódó háromszögekből állt, az egyes oldalak végpontjainak  $\Delta g$  nehézségi tégerősség különbségeit ismétléssel határozták meg A–B–A–B–A mérési rendszerben (A és B a megfelelő háromszögoldal két végpontja). Az 1971. évi és az 1980-89 közötti mérések eredményeinek együttes kiegyenlítésére és a pontkatalógus elkészítésére 1991-ben került sor. Az MGH-80-nak elnevezett új alaphálózat kiegyenlítés utáni hálózati középhibája ( $M_0$ )  $\pm 16 \mu\text{Gal}^3$  [CSAPÓ, SÁRHIDAI 1990/B].

A bevezetében említett egységes, nagyobb területre kiterjedő gravimetriai hálózat létrehozására irányuló törekvés a közép-kelet-európai országok geodéziai szolgálatainak korábban létezett együttműködési terveiben már a hatvanas évek közepén szerepelt, amely hálózat koncepciója nagyon hasonlított a jelenlegi elképzelésekhez. E terv részbeni megvalósulásának köszönhető az első öt, szovjet gyártmányú GABL abszolút graviméterrel mért abszolút állomás Magyarországon [CSAPÓ 1981] éppúgy, mint a mára realizálódott közös cseh–magyar–szlovák gravimetriai hálózat (EGH). E közös hálózat kialakításához szükséges méréseket az ELGI szakemberei két- és többoldalú együttműködési keretben 1972 óta folyamatosan végezték [CSAPÓ ET AL. 1994].

1992-93-ban ugyancsak kétoldalú együttműködésben hálózat-összekapcsoló graviméteres mérések történtek Ausztria és Magyarország között. Ez a munka relatív- és abszolút méréseket tartalmazott. A munkákat 4-5 LCR graviméterrel és az osztrák tulajdonú JILAG-6 abszolút graviméterrel végezték [CSAPÓ ET AL. 1993].

Az "Egységes Európai Gravimetriai Hálózat" (UEGN) gyakorlati munkái a közép-kelet-európai országokban 1993-ban kezdődtek a "Nemzetközi Gravimetriai Bizottság" (IGC) és a NATO GGWG együttes munkaterve alapján, nemzetközi együttműködésben. A magyarországi abszolút méréseket 1993-95 között a NIMA AXIS FG5 No.107 és az osztrák JILAG-6 berendezésekkel végezték [FRIEDRICH 1993], [SPITA 1994], [KRAUTERBLUTH 1995]. A munkákat részben a "Magyar-Amerikai Kutatási Alap" finanszírozta (JF No.369. sz. pályázat) és a NIMA expedíciója végezte, részben az ELGI és az osztrák Szövetségi Geológiai Hivatal közötti tudományos együttműködési megállapodás alapján a bécsi "Mérésügyi- és Földmérési Szövetségi Hivatal" (BEV) realizálta.

1994-ben kezdődött az abszolút állomások relatív graviméterekkel történő összemérése 4 db LCR-G műszerrel, gépkocsival történő műszerszállítással. Az abszolút állomások Magyarországon átlagosan 100-120 km távolságban vannak egymástól, ezért az

---

<sup>3</sup>  $1 \mu\text{Gal} = 1 \times 10^{-8} \text{ms}^{-2}$

összeméréshez I. és II. rendű bázispontokat használtak kötopontoknak. A munka pénzügyi fedezetét az "Országos Muszaki Fejlesztési Bizottság" a MEC-94-0508 sz. pályázattal biztosította, a NIMA pedig az Intézetnek hosszútávra kölcsönzött 2 db geodéziai típusú LCR graviméterrel támogatta.

### 3. AZ ALAPHÁLÓZAT KONCEPCIÓJA

A korábbi alaphálózatok létrehozásának legfontosabb szempontja az volt, hogy a szakmai intézmények, vállalatok által különböző helyeken és időben, többféle típusú graviméterrel, zömmel nyersanyagkutatás céljából végzett graviméteres mérések eredményeit egységes keretbe lehessen foglalni, a mérésekhez szükséges bázispontok száma elegendő legyen a gazdaságos munkavégzéshez.

A kilencvenes években az egész világon csökkenő tendenciájú a nyersanyagkutató geofizikai mérések volumene. A nemzetközi együttműködés kiszélesedése ugyanakkor egyre több kontinentális méretű tudományos és gazdasági feladathoz igényel egységes szempontok szerint végzett méréseket, geofizikai térképeket és adatbázisokat. A katonai és polgári szféra "közeledése" pedig mindinkább szükségtelenné teszi az azonos témákban történő párhuzamos kutatásokat.

Magyarország új gravimetriai alaphálózat tervezésénél és kivitelezésénél a következő szempontokat tartottuk fontosnak:

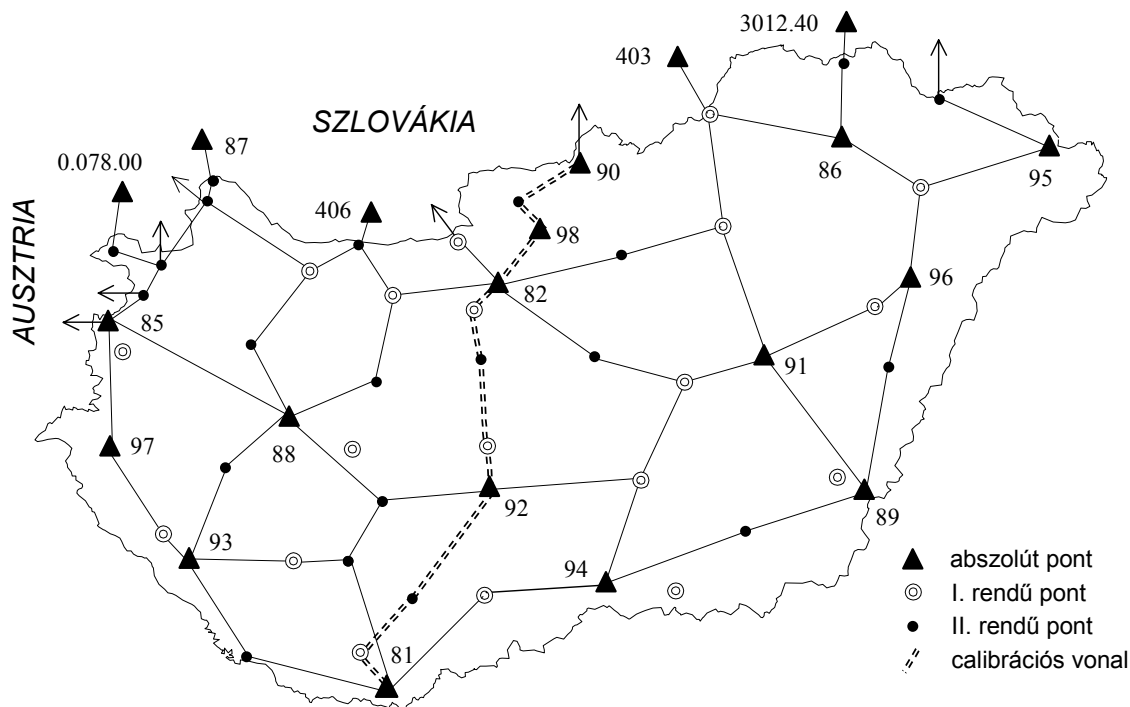
- A nulladrendű pontok (abszolút állomások) helyének kiválasztásánál arra törekedtünk, hogy azok egyrészt egyenletesen helyezkedjenek el az ország területén, másrészt közel kerüljenek a korábban telepített GPS mozgásvizsgálati pontokhoz egy "integrált hálózat" gazdaságos kialakíthatósága miatt. Integrált hálózati pontok azok, amelyeken különböző típusú méréseket lehet központos felállással végezni (GPS, relatív graviméteres, szintezés, stb.).
- Új pontok telepítésénél, illetve elpusztult pontok pótlásánál figyelembe kell venni a megváltozott tulajdonviszonyokat, amely szempont szoros összefüggésben van a pontvédelemmel.
- Mivel az MGH-2000 része az EGH-nak, ezért a hálózat tervezésénél csak részben lehetett figyelembe venni a korszerű hálózattervezési módszereket [CSAPÓ, SÁRHIDAI 1985] [SÁRHIDAI 1986], mert az együttes formát a három ország korábbi és használható hálózatrészei alapvetően meghatározzák. Egyébként is az a tapasztalatunk, hogy a hálózati mérések optimalizálásához alkalmazott hálózattervezés olyan, egymástól távoli pontok közötti kapcsolatok mérésének szükségességét is eredményezheti, amely mérések kivitelezéséhez (repülőgépes muszershállítás) az ország jelenlegi gazdasági helyzetében nem lehet anyagi forrást biztosítani.

### 4. AZ MGH-2000 SZERKEZETE

#### 4.1 A nulladrendű hálózat

A nulladrendű hálózatrész célja az országos alaphálózat egységes méretarányának biztosítása és ellenőrzése a rajtuk végzendő ismétlődő meghatározásokkal. A nulladrendű hálózat 15 abszolút állomásból áll (átlagosan 6400 km<sup>2</sup>/pont), amelyek helyét az *1. ábrán* tüntettük fel. Ezeket olyan jelentős építmények legalsó szintjére telepítették, amelyek fennmaradása és a pontok hozzáférhetősége hosszú időn keresztül biztosítottnak tetelezhető fel (várak, kastélyok, stb.). A pontállandósítás 120x120x100 cm méretű,

padlósztig süllyesztett betontömbökkel történt, melyek felső síklapja közepében sárgaréz gomb/tárcsa orzi a pont Balti rendszerű tengerszint feletti magasságát. Ezt az értéket az országos szintezési hálózat 2–3 pontjáról szintezéssel vezették le  $\pm 5$  mm megbízhatósággal. Az állomások földrajzi koordinátáit 1:10000 méretarányú topográfiai térképekről olvasták ki  $\pm 1$  szögmásodperc pontosan. Az abszolút graviméterek referenciamagasságára vonatkozó nehézséggyorsulási értékeket LCR gyártmányú relatív muszerekkel redukálták a pontjelre  $1,5 \div 3 \mu\text{Gal}$  megbízhatósággal. Ezen állomások között kiemelt jelentőségű a budapesti, amelyen 1980 óta 2–3 évente végeznek ismételő méréseket különböző típusú abszolút graviméterekkel, míg a többi állomás nagy részén a legutóbbi 3–4 évben történt ismételő meghatározás. Valamennyi állomáshoz legalább egy, az épületen kívül  $80 \times 80 \times 100$  cm méretű betontömbbel állandósított – ún. "excenterpont" tartozik, amelyek "g" értékének relatív (az abszolút ponthoz képesti) megbízhatósága nem rosszabb  $5 \mu\text{Gal}$ -nál. A nulladrendű hálózat pontjainak legfontosabb paramétereit az 1. táblázatban állítottuk össze.



1. ábra

## 4.2 Az elsőrendű hálózat

Az 1. ábrán feltüntetett 19 pont nagyrészt azonos az MGH-80 repülőterekre telepített bázisaival. Egymáshoz képesti távolságuk  $50 \div 70$  km, a pontsűrűség  $4400 \text{ km}^2/\text{pont}$ . A pontok földrajzi koordinátáinak meghatározása hasonló volt a nulladrendűeknél ismertetett eljáráshoz, az egyes pontok és az országos magassági alappontok közötti szintezéseket (magassághatározás) a Budapesti Geodéziai és Térképészeti Vállalat (BGTV) és az ELGI végezte  $1 \div 10$  mm megbízhatósággal.

1. táblázat. A nulladrendű hálózati pontok paraméterei

Pont	szélesség (° ' ")	hosszúság (° ' ")	magasság (m)	a mérés első és utolsó éve	graviméter
81 SIKLÓS	45-51-10	18-07-55	128.489	1978 / 1995.	GABL / JILAG-6
82 BUDAPEST	47-32-00	19-01-00	201.563	1980 / 2000.	GABL / AXIS FG5
85 KOSZEG	47-23-24	16-32-33	284.461	1980 / 1993.	GABL / JILAG-6
86 SZERENCs	48-09-56	21-12-21	111.243	1980 / 1993.	GABL / JILAG-6
88 NAGYVÁZSONY	46-59-23	17-42-00	241.085	1993 / 1997	AXIS FG5 / JILAG-6
89 GYULA	46-38-42	21-17-14	89.053	1987 / 1995.	GABL / JILAG-6
90 SZÉCSÉNY	48-05-07	19-31-08	166.888	1993 / 1996.	AXIS FG5
91 KENDERES	47-14-54	20-40-37	83.450	1993.	AXIS FG5
92 MADOCSA	46-41-19	18-57-40	93.758	1994.	AXIS FG5
93 IHAROSBERÉNY	46-21-48	17-06-17	203.898	1994.	AXIS FG5
94 ÖTTÖMÖS	46-17-04	19-40-47	124.042	1994.	AXIS FG5
95 TARPA	48-06-14	22-31-40	110.778	1995 / 1996.	AXIS FG5
96 DEBRECEN	47-33-30	21-37-26	124.132	1996 / 2001.	IMGC / JILAG-6
97 ZALALÖVŐ	46-50-51	16-35-13	190.816	1997.	JILAG-6
98 PENC	47-47-20	19-16-52	245.668	1998 / 2000.	ZZG/AXIS FG5

#### 4.3 A másodrendű hálózat

Az előzőekben ismertettük, hogy e pontokat a hetvenes években telepítette az ELGI. A pontok távolsága a topográfiaiilag tagoltabb területeken 10-15 km, a síkvidéki országrészekén 15-20 km. Az átlagos pontsűrűség: 250 km<sup>2</sup>/pont. Az elmúlt 20 évben elpusztult néhány tucat pontot folyamatosan újakkal pótoltuk. Az új hálózatban 386 II. rendű pont szerepel, amelyek közül az 1. ábrán azokat tüntettük fel, amelyeket az UEGN-2000 pontkatalógusában is szerepeltetünk.

## 5. AZ EGYES HÁLÓZATI PONTOK FUNKCIÓ SZERINTI FELOSZTÁSA

A *nulladrendű pontok* egyrészt az országos alaphálózat méretarányát biztosítják, másrészt összekapcsoló szerepet töltenek be az országos hálózat és kontinentális, vagy regionális hálózatok (UEGN, ill. EGH) között [BOEDECKER ET AL. 1994].

A méretarány ellenőrzése az abszolút mérések idonkénti megismétlésével történik. Ezt a méretarányt a gyakorlatban a relatív graviméterekkel végzett részletmérések során realizálják. Ebből következik, hogy az alkalmazott graviméterek muszerszorozóját, ill. konverziós függvényét rendszeresen ellenőrizni kell. Ezt a célt szolgálják a **kalibráló alapvonalak**. Az ellenőrzés abból áll, hogy a jelentősebb graviméteres munkák előtt és után, egyébként általában évente kétszer összehasonlító méréseket végzünk a nagy pontossággal meghatározott (etalonnak tekinthető) alapvonal-pontok között.

A nehézségi erőtér nem árapály jellegű időbeni változásainak vizsgálatára létesített regionális gravimetriai vonalak és hálózatok fopontjai célszerűen szintén abszolút állomások, továbbá közvetlen összekapcsoló pontok is lehetnek a szomszédos országok gravimetriai hálózatai között.

Az *I. rendű pontok* a nagyobb távolságban telepített abszolút állomások közötti kapcsolat megteremtésére hivatottak és nagy pontosságú meghatározásuk miatt hasonló szerepet töltenek be a graviméteres méréseknél, mint az abszolút állomások.

A **II. rendű pontok** felhasználási területe kiterjedtebb, mint a magasabbrendű hálózati pontoké, mert közvetlenül a részletmérések céljait szolgálják mind geofizikai, mind egyéb célú méréseknél. Magyarországon ezeket a bázisokat használjuk magasabbrendű pontok **excentereiként, vertikális bázisok** és lokális mozgásvizsgálati vonalak mérési fopontjainak is.

A magyarországi gravimetriai alaphálózatban különleges helyet foglalnak el az Országos **GPS** Hálózat geodinamikai pontjai, mert azok telepítésénél nem a gravimetria szempontjai voltak elsődlegesek, hanem egyrészt a GPS technika alkalmazhatósága feltételeinek kielégítése és geológiai megfontolások. Az integrált geodéziai hálózat kialakítása során ezért ezeket a pontokat megfelelő pontjel alkalmazásával alkalmassá tettük arra, hogy rajtuk központosan relatív graviméteres méréseket is lehessen végezni, majd bekapcsoltuk azokat az MGH–2000 hálózatba. Tekintettel arra, hogy ezek a pontok általában a gravimetriai szempontból ritkábban felmért domb- és hegyvidéki területeken találhatók, további részletmérésekhez gazdaságos munkavégzést biztosítanak, mint II. rendű bázisok.

## 6. AZ ORSZÁGOS GRAVIMETRIAI KALIBRÁLÓ ALAPVONAL

A vonalat 1969-től folyamatosan végzett fejlesztésekkel alakította ki az ELGI, jelenlegi formáját 1985-ben véglegesítették. Az alapvonal korábban a "Potsdami Gravimetriai Rendszer"-beli méretarányt orizte, első abszolút állomása (Budapest) 1980-ban létesült. A vonal mintegy 210 mGal-os  $\Delta g$  tartományában jelenleg öt abszolút állomás található (az ország bázispontok között mért legnagyobb  $\Delta g$  értéke 250 mGal). A vonal többi pontja országos I. és II. rendű, egymástól átlagban 30 km távolságban lévő bázispont (1. ábra). A vonalpontok közötti  $\Delta g$  értékeket korábban Askania GS-12, GAG-2, Sharpe és Worden, majd LCR gravimétercsoportokkal határozták meg. Ugyancsak LCR muszercsoporttal (3-4 graviméter) végeztük a pontok vertikális gradiens értékének meghatározását  $4\div 7 \mu\text{Gal}$  megbízhatósággal [CSAPÓ 1987]. A vonalpontok relatív megbízhatósága  $8\div 12 \mu\text{Gal}$ . A teljes vonal része az EGH-nak, a Siklós-Budapest szakasz pedig a "Kárpát-poligon" déli szakasza. Ezt a vonalat 1973-ban lengyel, cseh és szlovák együttműködésben hozta létre az ELGI. Célja a nehézségi erőtér nem árapály eredetű változásainak tanulmányozása a Kárpátok térségében (a vonal Siklós abszolút pontból indul és Budapest, Zilina, Zakopáne pontokon keresztül Krakow-ig vezet). Mérését 1978–79-ben és 1988–89-ben, legutóbb pedig 1999–2000-ben megismételtük.

### 6.1 A relatív graviméterek kalibrálása.

A graviméterek kalibrálását Magyarországon évente két alkalommal végezzük az előző szakaszban ismertetett alapvonalon. A graviméterek méretaránya úgy is ellenőrizhető, hogy az abszolút pontok között végzett alaphálózati mérések eredményeinek kiegyenlítésénél a graviméterek méretarány-változását ismeretlennek tételezzük fel és a kiegyenlítésből határozzuk meg azt. Az MGH-2000 kiegyenlítésénél egy ilyen változatot is készítettünk.

A feed-back (FB) elektronikával szerelt műszerek kalibrálásához az ELGI laboratóriumi berendezést épített [CSAPÓ, SZATMÁRI 1995], amellyel a kis  $\Delta g$  értékű méréseknél (vertikális gradiens mérések, árapály regisztrálás) alkalmazott LCR graviméterek FB szorzójának időbeni változásai is tanulmányozhatók [MEURERS 1994].

## 7. A MÉRÉSI ADATOK FELDOLGOZÁSA

### 7.1 Abszolút mérések

Az I. táblázatból kitunik, hogy a magyarországi abszolút méréseket három különböző típusú berendezéssel végezték az elmúlt két évtizedben. A mérési anyagok rendszerezésénél észrevettük, hogy az egyes berendezéseknél mind a mérési eredmények feldolgozási módja, mind az alkalmazott korrekciók alkalmazása, illetve azok számítása eltéro. Ezért szükségesnek tartottuk valamennyi mérés egységes szempontok szerinti újrafeldolgozását. A muszeres korrekciókat az észlelok által megadott értékkel fogadtuk el. A legutóbbi idoben kiderült, hogy a mérések eredménye függ a lézer interferencia csíkok fényerejétol. Abban az esetben, ha a berendezésben a régi (AMD686 típusú) interferencia-csík érzékelo egységet, pl. annak meghibásodása miatt újabbra (AD9696 típusú) cserélik, akkor bizonyos fényességi tartományban más nehézséggyorsulási értéket kapnak (magán információ). Ez történt az AXIS FG5 No.107 berendezés esetében is, ezért a NIMA valamennyi 1993 után végzett mérését újra feldolgozta. Az újrafeldolgozásból eredo esetleges változásokat az MGH–200) kiegyenlítésénél figyelembe vettük.

*Az árapály korrekció* meghatározásához az árapálypotenciál számítását 505 hullámra végeztük el. A számításnál alkalmazott paraméterek értékeit a Pecny-i árapályregisztráló állomás (Cseh Köztársaság) mérési eredményei alapján számítottuk [HOLUB ET AL. 1988]. Az óceáni árapály hatást nem vettük figyelembe.

*A Föld pólusmozgása miatti korrekció.* Az észlelt gravitációs értéket javítani kell a centrifugális gyorsulás változása miatt, ami a mérési pont és a Föld forgástengelye távolságának a függvénye. A számításoknál a következő összefüggést alkalmaztuk:

$$\Delta g_{pm} = 1.164\omega^2 R \sin 2\varphi (x \cos \lambda - y \sin \lambda) \quad [ms^{-2}]$$

az összefüggésben:

$$\begin{aligned} \omega &= 7.292 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}^2 && \text{(a Föld forgási szögsebessége)} \\ R &= 6.371 \cdot 10^6 \text{ m} && \text{(a közepes Földsugár)} \\ \varphi, \lambda &&& \text{(az állomás földrajzi szélessége és hosszúsága)} \end{aligned}$$

A korrekció értéke  $\mu\text{Gal}$ -ban:

$$\Delta g_{pm} = -19.1 \sin 2\varphi (x \cos \lambda - y \sin \lambda)$$

$x$  és  $y$  aktuális értékei a Nemzetközi Földforgási Szolgálat (IERS) évkönyveiben található.

*A változó atmoszférikus tömegek miatti korrekció.* Ebbol az összetett hatásból csupán az állomások környezetére vonatkozó helyi hatást vettük figyelembe az 1968. évi DIN 5450. sz. szabványban rögzített összefüggés alkalmazásával a:

$$c = 0,30 \mu\text{Gal/hPa}$$

empirikus együtthatóval.

Az így számított korrekció a teljes atmoszférikus hatásnak mintegy 80%-át kompenzálja.

*A mért nehézséggyorsulási érték redukálása a pontjelre.* A kiegyenlítésben minden esetben a pontjelre vonatkozó nehézségi gyorsulási értékekkel dolgoztunk, ezért az abszolút méréseknek az alkalmazott berendezéstől függő, változó referencia magasságra vonatkozó eredményeit a pontjelre relatív graviméter csoportokkal végzett  $\Delta g$  mérésekkel vezettük le. Ezeket a méréseket korábban A–B–A–B–A–B, 1999–tól A–B–C–A–B–C–A–B–C–A elrendezésben végezzük [SCHNEIDER, 2000]. A magyarországi abszolút állomások vertikális gradiens értékeit a 2. táblázatban állítottuk össze.

2. táblázat. Abszolút pontok vertikális gradiens értékei

abszolút pontok		g [mGal]	vertikális gradiens [Eötvös]
81	SIKLÓS	980678,327	3407 ± 16,0
82	BUDAPEST	980824,294	2509 ± 9,7
85	KŐSZEG	980784,713	2661 ± 23,9
86	SZERENCS	980872,789	2969 ± 11,4
88	NAGYVÁZSONY	980765,818	2565 ± 12,3
89	GYULA	980766,404	2913 ± 10,5
90	SZÉCSÉNY	980873,111	3059 ± 17,8
91	KENDERES	980810,283	2662 ± 23,7
92	MADOCSA	980761,777	2560 ± 17,1
93	IHAROSBERÉNY	980699,028	2805 ± 9,7
94	ÖTTÖMÖS	980725,926	2634 ± 10,0
95	TARPA	980880,426	2712 ± 20,0
96	DEBRECEN	980825,758	3075 ± 13,0
97	ZALALÖVŐ	980731,044	2633 ± 12,0
98	PENC	980832,835	3098 ± 15,0
87	BRATISLAVA	980852,456	
406	HURBANOVO	980850,481	
403	PLESIVEC	980890,562	
3012.40	KOSICE	980901,010	
0.078.00	KAISEREICHE	980795,423	

## 7.2 Relatív mérések

A terepi mérési jegyzőkönyveket napi mérési szakaszonként és muszerenként dolgoztuk fel. A feldolgozás lépései:

- az adott észlelési idokhoz tartozó leolvasási értékek átszámítása mGal-ra (relatív  $g$  érték számítása),
- korrekciók számítása (árapály, muszermagassági redukció, barometrikus hatás, mérőrendszer periódikus hibái miatti korrekció),
- az adott idopontokhoz tartozó javított relatív  $g$  értékek számítása,
- muszerjárás számítása,
- a muszerjárással korrigált relatív  $g$  értékek számítása,
- a  $\Delta g$  értékek meghatározása,
- hibaszámítás.

Az MGH–2000 kiegyenlítéséhez 5544 napi mérési szakaszt dolgoztunk fel.



## 8. A MÉRÉSI EREDMÉNYEK KIEGYENLÍTÉSE.

Az ismertetésre kerülő kiegyenlítési változatokhoz felhasznált anyagot a legkisebb négyzetek elvén, *kötött hálózatként* egyenlítettük ki, ahol a hálózati kényszerek az abszolút módszerrel meghatározott nehézségi gyorsulási értékek – a legutolsó meghatározás alapján (II. táblázat) [CSAPÓ, SÁRHIDAI 1990/B]. Független mérési eredménynek a napi mérési kapcsolatok graviméterenkénti átlagos nehézségi térerosság különbségeit ( $\Delta g$ ) tekintettük (ez egy A–B–A–B–A rendszerben végzett mérésnél a négy számítható különbség átlagát jelenti).

Tekintettel az egyenletek és az ismeretlenek nagy számára, továbbá numerikus stabilitási problémákat megfontolva, a számításokat a mátrix-ortogonalizációs megoldási módszerrel végeztük [Völgyesi, 1979, 1980, 2000, 2001]. A mátrix-ortogonalizációs módszer lényegét a

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{(n,r)} & \tilde{\mathbf{I}}_{(n,1)} \\ \mathbf{E}_{(r,r)} & \mathbf{0}_{(r,1)} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{(n,r)} & \tilde{\mathbf{v}}_{(n,1)} \\ \mathbf{G}^{-1}_{(r,r)} & \mathbf{x}_{(r,1)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

hipermátrix transzformáció szemlélteti, ahol

$$\tilde{\mathbf{A}}_{(n,r)} = \mathbf{P}^{1/2}_{(n,n)} \mathbf{A}_{(n,r)},$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_{(n,r)} = \mathbf{P}^{1/2}_{(n,n)} \mathbf{I}_{(n,r)},$$

$$\mathbf{P}^{1/2}_{(n,n)} = \begin{bmatrix} \sqrt{p_{11}} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sqrt{p_{22}} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \sqrt{p_{nn}} \end{bmatrix}.$$

A fenti összefüggésekben az  $\mathbf{A}$  a javítási egyenletek együtthatómátrixát,  $\mathbf{I}$  a tisztatagok vektorát,  $\mathbf{P}$  a súlymátrixot,  $\mathbf{E}$  egységmátrixot,  $\mathbf{0}$  zérus vektort;  $\tilde{\mathbf{W}}$  egy ortogonális oszlopokkal rendelkező mátrixot,  $\mathbf{G}^{-1}$  pedig egy felső háromszögmátrixot jelöl.

Az (1) transzformáció algoritmusának szemléltetéséhez vezessük be az alábbi jelöléseket: legyen  $\mathbf{a}_j$  az  $\tilde{\mathbf{A}}$  mátrix  $j$ -edik oszlopa,  $\mathbf{w}_j$  a  $\tilde{\mathbf{W}}$  mátrix  $j$ -edik oszlopa,  $\mathbf{e}_j$  az  $\mathbf{E}$  mátrix  $j$ -edik oszlopa, és végül jelölje  $\mathbf{g}_j$  a  $\mathbf{G}^{-1}$  mátrix  $j$ -edik oszlopát! Ezekkel a jelölésekkel az (1) mátrix transzformáció az alábbi lépésekben hajtható végre:

$$\left. \begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{g}_1 \end{bmatrix} &= \frac{\begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{e}_1 \end{bmatrix}}{\|\mathbf{a}_1\|_E} \\
\left. \begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \mathbf{e}_j \end{bmatrix}_{\langle 1 \rangle} &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \mathbf{e}_j \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \mathbf{e}_j \end{bmatrix}_{\langle k+1 \rangle} &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \mathbf{e}_j \end{bmatrix}_{\langle k \rangle} - \left( (\mathbf{a}_j)_{\langle k \rangle}, \mathbf{w}_k \right) \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{g}_k \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \mathbf{w}_j^* \\ \mathbf{g}_j^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \mathbf{e}_j \end{bmatrix}_{\langle j \rangle} \\
\begin{bmatrix} \mathbf{w}_j \\ \mathbf{g}_j \end{bmatrix} &= \frac{\begin{bmatrix} \mathbf{w}_j^* \\ \mathbf{g}_j^* \end{bmatrix}}{\|\mathbf{w}_j^*\|_E}
\end{aligned} \right\} \\
j = 2, 3, \dots, r; \quad k = 1, 2, \dots, j-1
\end{aligned} \right\} \quad (2)$$

majd ezt követően

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \sum_{k=1}^r (\mathbf{I}, \mathbf{w}_k) \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{g}_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

ahol  $\|\mathbf{a}_1\|_E$  és  $\|\mathbf{w}_j^*\|_E$  az  $\mathbf{a}_1$  illetve a  $\mathbf{w}_j^*$  oszlopvektorok euklideszi normája, az  $(\mathbf{a}_j)_{\langle k \rangle}, \mathbf{w}_k$  az  $(\mathbf{a}_j)_{\langle k \rangle}$  illetve a  $\mathbf{w}_k$  oszlopvektorok-, az  $(\mathbf{I}, \mathbf{w}_k)$  pedig az  $\mathbf{I}$  és a  $\mathbf{w}_k$  vektorok skaláris szorzata.

Az (1) mátrix transzformáció a keresett  $x_i$  ismeretleneket az  $\mathbf{x}$  vektor helyén közvetlenül szolgáltatja, az  $x_i$  ismeretlenek varianciáját és kovarianciáit pedig a

$$\mathbf{Q}_{(x)} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{G}^{-1})^*$$

súlykoefficiens mátrix tartalmazza, ahol  $(\mathbf{G}^{-1})^*$  a  $\mathbf{G}^{-1}$  transzponáltját jelöli.

Az (1) mátrix transzformáció végrehajtása után a keresett  $v_i$  javítások a transzformált hiper mátrix  $\tilde{\mathbf{v}}$  vektorából a

$$\begin{matrix} \mathbf{v} \\ (n,r) \end{matrix} = \begin{matrix} \mathbf{P} \\ (n,n) \end{matrix}^{-1/2} \begin{matrix} \tilde{\mathbf{v}} \\ (n,r) \end{matrix}$$

összefüggéssel számíthatók, ahol

$$\mathbf{P}_{(n,n)}^{-1/2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{p_{11}}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{p_{22}}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{p_{nn}}} \end{bmatrix}.$$

A gyakorlati számítás során az

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{(n,r)} & \tilde{\mathbf{i}}_{(n,1)} \\ \mathbf{E}_{(r,r)} & \mathbf{0}_{(r,1)} \end{bmatrix}$$

hipermátrix oszlopait úgy kell előállítani, hogy a zérus elemeket is be kell írni, és sorrendben egyenként külső tárolón elhelyezni. Ha valamennyi oszlopot elhelyeztük a külső tárolón, akkor elkezdhetjük az ortogonalizációt a (2) és a (3) algoritmus szerint: beolvassuk az első új oszlopot, normalizáljuk és visszaírjuk a külső tárolóba; beolvassuk a második új és az első (normalizált) oszlopot, ortogonalizáljuk a másodikat az első oszlopra, normalizáljuk és visszaírjuk a külső tárolóba; beolvassuk az első normalizált és a harmadik új oszlopot, ortogonalizáljuk a harmadikat az első oszlopra, beolvassuk az első oszlop helyére a második (már az első oszlopra ortogonalizált és normalizált) oszlopot, ortogonalizáljuk erre a második oszlopra is a harmadikat, majd normalizálva visszaírjuk a külső tárolóba; ... a folyamatot addig folytatjuk, amíg az utolsó oszlopot is ortogonalizáljuk az összes előtte lévő oszlopra, azonban az utolsó oszlopot már nem szabad normalizálni. Ekkor az utolsó oszlop első  $n$  db eleme a javításokat, az utolsó  $r$  db eleme pedig a keresett ismeretleneket fogja tartalmazni.

Mivel a tényleges ortogonalizáció az operatív memóriában történik, a fenti módszer esetében a megoldható feladat méretének (az ismeretlenek maximális számának) az szabad határt, hogy az operatív memóriában legalább két teljes mátrixoszlopnak kell egyszerre elférni. A számítás sebessége fokozható, ha az operatív memóriába egyszerre több oszlop is befér az ortogonalizáció során. Ezzel a módszerrel viszonylag kis memóriaterületen nagy számú ismeretlen tartalmazó egyenletrendszerek is megoldhatók megfelelően magas numerikus stabilitás mellett [VÖLGYESI 2000, 2001].

A kiegyenlítés során a megengedettnél nagyobb mérési hibáknak a kiegyenlítési eredményekre gyakorolt hatását igyekeztünk azzal csökkenteni, hogy a nagyobb hibákkal terhelt mérésekhez kisebb súlyokat rendelünk. Magukat a hibákat azonban a kiegyenlítés végrehajtása előtt nem ismerjük. Az ellentmondást egy iterációs eljárás alkalmazásával oldhatjuk fel (*dán módszer*): az első iterációs lépésnél ( $j=1$ ) minden mérést egyenlo súllyal veszünk figyelembe ( $p=1$ ), a további iterációknál pedig:

$$p_{ij} = \frac{1}{1 + a_k v_{j-1}^2}$$

súlyokkal számolunk, ahol  $j$  az aktuális iteráció. Az  $a_k$  együttható értéke akkor helyes, ha a feltételezett hibás mérésekre  $p=0.25$  adódik [SOHA 1986]. A hibák küszöbértékét a súlyegység középhibájának függvényében vehetjük fel, amikor is:

$$a_k = \frac{3}{v_k^2}$$

ahol:

$$\begin{aligned} v_k &= 3\mu_0 & \text{ha} & \quad v_{\max} > 3\mu_0 \\ v_k &= 2\mu_0 & \text{ha} & \quad 2\mu_0 < v_{\max} < 3\mu_0 \\ v_k &= \mu_0 & \text{ha} & \quad \mu_0 < v_{\max} < 2\mu_0 \end{aligned}$$

A nagyobb hibával terhelt mérések az egymást követő iterációs lépéseknél egyre kisebb súllyal szerepelnek a kapcsolat kiegyenlítés utáni értékének kialakításában. Az iterációt addig kell ismételni, amíg a kiegyenlítés utáni súlyegység középhiba már nem változik számottevően. Az MGH-2000 esetében ez az állapot a második iterációs lépés után állt elő. Az adatrendszerrel két kiegyenlítési változatot készítettünk.

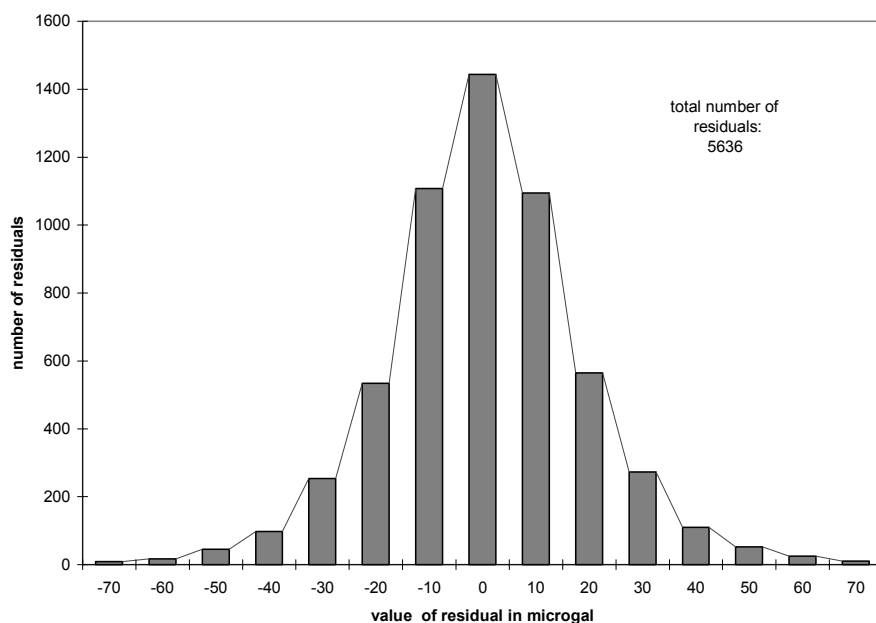
Az adatrendszer az MGH-2000 országon belüli mérésein kívül a határközeli abszolút állomásokot és a szomszédos országokkal történt határmenti összekapcsoló méréseket tartalmazza. Ez a napi kapcsolatok számával azonos 5544 független mérési eredményt és a hozzájuk tartozó azonos számú mérési javítást, 450 ismeretlen (a hálózati pontok kiegyenlítésből származó nehézségi gyorsulás értéke és a graviméterek méretaránytényezője), 22 abszolút-, és 436 relatív mérési pontot jelent a kiegyenlítésekhez (a pontszám a kiegyenlítésbe vont 8 db osztrák és 42 db szlovák hálózati pontot is magában foglalja).

Az *első kiegyenlítési változatban* valamennyi graviméterre évenkénti méretaránytényezőt számítottunk úgy, hogy az adott kényszerértékekkel muszerenkénti kiegyenlítést végeztünk. Ezután a már ismert méretaránytényezőkkel együttes kiegyenlítést hajtottunk végre.

A *második kiegyenlítési változatban* valamennyi graviméterhez egy-egy léptékegyütthatót határoztunk meg a teljes 1969-95 közötti mérési időintervallumra úgy, hogy a kiegyenlítésben a méretaránytényezők is ismeretlenként szerepeltek. Mindkét változattal elvégeztük a már említett iterációs lépéseket. Tekintettel arra, hogy a legkedvezőbb kiegyenlítés utáni hálózati középhibát akkor kaptuk, amikor egységes méretaránytényezőket alkalmaztunk, az MGH-2000 kiegyenlítésénél ezt a változatot fogadtuk el véglegesnek.

## 9. A KIEGYENLÍTÉS EREDMÉNYEINEK ISMERTETÉSE

A *3. ábrán* a mérési javítások hisztogramja látható, ami mutatja, hogy a mérési javítások 97%-a nem haladja meg a  $45 \mu\text{Gal}$  értéket ( $3M_0$ ). Az ennél nagyobb javítású mérések súlya viszont már olyan kicsi, hogy a pontok kiegyenlített értékének kialakításában alig játszanak szerepet. A hálózati pontok kiegyenlítés utáni középhibája  $6-10 \mu\text{Gal}$ . A hálózat kiegyenlítés utáni súlyegység középhibája:  $\pm 14 \mu\text{Gal}$ .



3. ábra. A mérési javítások hisztogramja

Részben a kiegyenlítés minőségének ellenőrzésére, részben a szomszédos országok hálózataival történő összehasonlítás céljából három elemzést végeztünk.

Az *elsonél* az MGH–2000 végleges kiegyenlítési eredményeit hasonlítottuk össze a szlovák alaphálózat kiegyenlítési eredményével – a mindkét hálózatban szereplő pontokra kapott nehézségi gyorsulás értékek alapján. A két kiegyenlítésből az azonos pontokra kapott értékek különbsége maximum 20  $\mu\text{Gal}$ . Ez igen jó egyezésnek tekinthető figyelembe véve, hogy a két kiegyenlítés adatrendszere is, a hálózatok mérésénél alkalmazott graviméterek is, és a kiegyenlítések alapelvei is különbözők voltak.

A *második összehasonlítást* az osztrák és a magyar hálózat azonos pontjai között végeztük. A nyolc vizsgálati pont alapján a magyar gravimetriai hálózat referenciaszintje 18  $\mu\text{Gal}$  értékkel magasabb az osztrákénál.

3. táblázat. Az UEGN' 94 és a MGH–2000 hálózati pontok összehasonlítása

Pontszám és név		g érték [ $\mu\text{Gal}$ ]		eltérés [ $\mu\text{Gal}$ ]
UEGN' 94	MGH–2000	UEGN' 94	MGH–2000	
1835 FRTOD	4111 Fertőd	980824222 $\pm$ 8,0	980824234 $\pm$ 4,6	12
1836 HGYEHAL	4122 Hegyeshalom	980844449 $\pm$ 12,0	980844470 $\pm$ 6,0	21
1837 KESZG	85 Kőszeg	980784705 $\pm$ 15,0	980784713 $\pm$ 5,0	8
1838 SPRO	4105 Sopron	980808350 $\pm$ 14,0	980808382 $\pm$ 5,2	32
1839 VELCJ	4112 Völceuj	980802189 $\pm$ 14,0	980802203 $\pm$ 3,9	14

Végül összehasonlítottuk az UEGN' 94 és az MGH-2000 kiegyenlítéséből az azonos pontokra vonatkozó nehézségi gyorsulás értékeket. Az 1992–93-ban végzett osztrák-magyar hálózat összekötő mérések öt magyarországi pontját ugyanis figyelembe vették az UEGN' 94 kiegyenlítésnél [BOEDECKER 1993]. A 3. táblázatból kitunik, hogy az öt pont alapján a magyar hálózat referenciaszintje mintegy 17  $\mu$ Gal-lal magasabb a nemzetközi hálózaténál.

## Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetüket fejezik ki az Országos Muszaki Fejlesztési Bizottságnak (OMFB) és a Magyar-Amerikai Tudományos és Technológiai közös Alapnak (MAKA), amely szervezetek az MGH–2000 létrehozását anyagilag támogatták (MEC-94-0508, ill. JF-369 sz. szerződés). Segítségük nélkül e munkák nem valósultak volna meg. Köszönet illeti a NIMA-t, amely a szerződésben foglalt munkák teljesítésén messze túlmenően segíti az ELGI ezirányú tevékenységét. Köszönjük *dr Diethard. Ruess* úrnak (BEV) a JILAG–6 abszolút graviméterrel Magyarországon végzett munkáit, továbbá *Sárhidai Attilának* a korábbi hálózatok kiegyenlítésében való részvételét, valamint a munkában résztvevő valamennyi hazai és külföldi partnernek a számos hasznos tanácsot.

## Irodalom

- Ádám, J. - Kenyeres, A. - Borza, T. - Csapó, G. - Lévai, P. - Németh, Zs. - Tóth, L. : **1994**. Some GPS Activities in Hungary Related to the Use of EUREF - National Report of Hungary. *Veröffentlichungen der Bayerischen Komm. für die Internat. Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Astro.- Geod. Arbeiten*, 54.
- Boedecker, G.: **1993**. Ein Einheitliches Schweregrundnetz für Europa: Unified European Gravity Network (UEGN). *Zeits.f. Verm.wesen* 9/9, pp. 422-428.
- Boedecker, G. - Marson, I. - Wenzel, H.G.: **1994**. The adjustment of the Unified European Gravity Network (UEGN' 94). *Internat. Association of Geodesy Symposia*, 113, Gravity and Geoid, Springer, pp. 82-91.
- Csapó, G.: **1981**. Determination of the value of gravity acceleration using ballistic laser gravity meter in Hungary. *Geodézia és Kartográfia*, 33, 3, pp. 176-180. (in Hungarian)
- Csapó, G. - Sárhidai, A.: **1985**. Planning of gravity networks by simulation methods. *Geodézia és Kartográfia*, 37, 4, pp. 251-255. (in Hungarian)
- Csapó, G.: **1987**. Some practical problems of the absolute gravity determination. *Geodézia és Kartográfia*, 1987/2. (in Hungarian)
- Csapó, G. - Sárhidai, A.: **1990/A**. The new Gravity Basic Network of Hungary (MGH-80). *Geodézia és Kartográfia*, 42, 2, pp. 110-116. (in Hungarian)
- Csapó, G. - Sárhidai, A.: **1990/B**. The adjustment of the New Hungarian Gravimetric Network (MGH-80). *Geodézia és Kartográfia*, 42, 3, pp.181-190. (in Hungarian)
- Csapó, G. - Meurers, B. - Ruess, D. - Szatmári, G.: **1993**. Interconnecting gravity measurements between the Austrian and the Hungarian network. *Geophysical Transactions*, 38, 4, pp. 251-259.
- Csapó, G. - Szatmári, G. - Klobusiak, M. - Kovacik, J. - Olejnik, S. - Träger, L.: **1994**. Unified Gravity Network of the Czech Republic, Slovakia and Hungary. *International Association of Geodesy Symposia*, 113, pp. 72-81.

- Csapó, G. - Szatmári, G.: **1995.** Apparatus for moving mass calibration of LaCoste–Romberg feedback gravity meters. *Metrologia, iss. Gravimetry*, 32, 3, pp. 225–230.
- Friederich, J.: **1993.** Absolute Gravity Campaign, Hungary, Publ. GGB-94-001 DMA Aerospace Center, USA.
- Holub, S. - Simon, Z. - Broz, J.: **1986.** Tidal Observations with Gravity Meter Gs15 No. 228 at Station Pecny, *Travaux Geoph. XXXIV*, pp. 584-593.
- Krauterbluth, K.: **1995.** Absolute Gravity Survey, Hungary, 1995. Publ. SMWD3–95–033, DMA Aerospace Center, USA.
- Meurers, B.: **1994.** Problems of gravimeter calibration in high precision gravimetry. *Internat. Association of Geodesy Symposia*, 113, pp. 19-26.
- Renner, J. - Szilárd, J.: **1959.** Gravity Network of Hungary, *Acta Techn. Academiae Scientiarum Hungaricae*, XXIII., 4, pp. 365-395.
- Sárhidai, A.: **1986.** Design of fundamental gravity networks based on the approximation of the given variante-covariante matrix. *Bull. Geod.* 60, pp. 355–376.
- Schneider, H.: **2000.** A nehézségi gyorsulás vertikális gradiensének meghatározása graviméteres mérések eredményeiből előállított függvényel. *A BME tud. diákköri konferenciáján előadott anyag.* (in Hungarian)
- Soha, G.: **1986.** Robusztus kiegyenlítés javításoktól függő súlyozással. *Geodézia és Kartográfia*, 1986/4. (in Hungarian)
- Spita, W.: **1994.** Absolute Gravity Campaign, Hungary, Publ. GGB-94-056 DMA, Aerospace Center, USA.
- Völgyesi, L.: **1979.** A numerikus modellek választásának néhány kérdése és a mátrix-ortogonalizációs módszer alkalmazása a kiegyenlítő számításban. *Geodézia és Kartográfia* Vol. 31, No.5., pp. 327-334. (in Hungarian)
- Völgyesi, L.: **1980.** A mátrix-ortogonalizációs módszer gyakorlati alkalmazása a kiegyenlítő számításban. *Geodézia és Kartográfia* Vol. 32, No. 1. pp. 7-15. (in Hungarian)
- Völgyesi, L.: **2000.** Nagyméretű, ritkán kitöltött mátrixok számítógépes kezelése a kiegyenlítő számításban. *Geodézia és Kartográfia* Vol. 52. No.9, pp. 33-36. (in Hungarian)
- Völgyesi, L.: **2001.** Nutzung von Computern bei Ausgleichungsrechnungen schwach besetzter Matrizen von großem Ausmaß. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* No.2, pp. 46-49.

\* \* \*

Csapó G, Völgyesi L (2001): [Magyarország új gravimetriai alaphálózata \(MGH-2000\) és kapcsolata az Egységes Európai Gravimetriai Hálózattal.](#) IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary 2001. {Hungary's new gravity base network (MGH-2000) and it's connection to the European Unified Gravity Net. IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary 2001}.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.  
Web: <http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi> E-mail: [volgyesi@eik.bme.hu](mailto:volgyesi@eik.bme.hu)