

GRAVIMETRIAI GEOID KORREKCIÓJA GPS-SZINTEZÉSI ADATOK FELHASZNÁLÁSÁVAL

Zaletnyik Piroska*, Paláncz Béla**, Völgyesi Lajos*, Kenyeres Ambrus***



Correction of the gravimetric geoid using GPS-levelling data – The time-consuming, labour-intensive method of traditional levelling can be substituted by GPS-levelling, using a precise geoid model. The optimal geoid model is a combination of the GPS-derived and the gravimetrically-derived geoid undulations. The GPS-gravimetric geoid can be constructed by adding a corrector surface to the original gravimetric geoid, which can be determined by using the GPS-levelling data. The GPS-gravimetric geoid can be given in analytical form using a third-degree spline interpolation. Results are promising: fitting of the corrector surface can be performed by 1-2 cm accuracy. Attention is called to the importance of the homogeneous distribution of the GPS/levelling data, elimination of gross errors, and to the optimal separation of the learning and the test data set.

Keywords: GPS-gravimetric geoid, GPS/levelling, corrector surface, spline interpolation

Az idő- és munkaerőigényes színtezéssel történő magasságmeghatározás kiváltható GPS mérésekkel, megfelelő pontosságú geoidmodell alkalmazásával. Ezt a megfelelő pontosságú geoidot a GPS/színtezési adatok és a gravimetriai geoid kombinálásával adhatjuk meg. A GPS-gravimetriai geoid előállítása úgy történik, hogy az eredeti gravimetriai geoidhoz hozzáadjuk a GPS/színtezési adatok felhasználásával meghatározott korrekciós felületet. Harmadfokú spline interpolációt alkalmazva a korrigált geoid is megadható analitikus alakban. Az eredmények biztatóak, a felületillesztés 1-2 centiméteres pontossággal megoldható. Rámutatunk, hogy fontos a GPS/színtezési adatok egyenletes eloszlása, durva hiba szűrése és a módszerek tesztelése szempontjából a tanuló és teszt-halmaz optimális szétválasztása.

Kulcsszavak: GPS-gravimetriai geoid, GPS/színtezés, korrekciós felület, spline interpoláció

1 Bevezetés

A Föld fizikai alakjának, a geoidnak meghatározása napjaink fontos feladata. A gravitációs teret térképező műholdak méréseinek köszönhetően illetve új földi mérések bevonásával egyre jobb geoidmegoldások születnek. Ugyanakkor a nagy pontosságú GPS mérések is egyre több felhasználó számára lesznek elérhetőek, az aktív GPS hálózatok és a hálózati RTK (Real Time Kinematik) korrekciók használatával.

A GPS-szel történő magasságmérés során olyan geoid alkalmazására van szükség, amely segítségével geodéziai (centiméteres) pontossággal számíthatjuk át a mért ellipszoid feletti magasságokat az EOMA rendszerében ismert tengerszint feletti magasságokká. Ehhez használhatjuk a korrekciós felülettel illesztett GPS-gravimetriai geoidot.

2 GPS/színtezési adatok eltérései a gravimetriai geoidtól

GPS mérésekből ellipszoid feletti magasságot határozunk meg, geodéziai gyakorlatban viszont tengerszint (geoid) feletti magasságokkal dolgozunk, amelyeknek a meghatározása színtezéssel történik. Az idő- és költségigényes színtezést azonban megfelelő geoidmodell alkalmazásával GPS mérésekkel is helyettesíthetjük, hiszen a geoidunduláció értéke a geoid-ellipszoid távolságát adja meg. Az átszámításhoz a következő egyszerű összefüggést használhatjuk:

* Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék, H-1521, Budapest. Magyar Tudományos Akadémia Felsőgeodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport.

** Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék, H-1521, Budapest.

*** FÖMI Kozmikus Geodéziai Observatórium, 1149 Budapest, Bosnyák tér 5.

E-mail: piri@agt.bme.hu, palancz@epito.bme.hu, volgyesi@eik.bme.hu, kenyeres@sgo.fomi.hu

$$h - H - N = 0, \quad (1)$$

ahol h az ellipszoid feletti, H a tengerszint feletti magasság és N a geoidunduláció értéke.

Természetesen az (1) összefüggés nem csak a GPS magasságok helyi rendszerbe történő átszámításához alkalmazható. Ha ugyanis rendelkezésünkre állnak olyan pontok, ahol nem csak a gravimetriai geoidmagasság értékét ismerjük, hanem GPS mérés és szintezés is történt, akkor ezzel tesztelhetjük a geoid pontosságát. Általában megállapítható, hogy az (1) összefüggés számos tényező miatt nem teljesül, a kisebb-nagyobb eltéréseket e -vel jelölve:

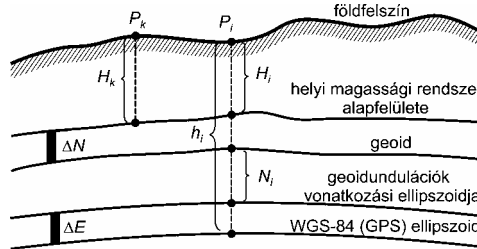
$$h - H - N = e. \quad (2)$$

A nemzetközi gyakorlatban ezeket az eltéréseket ún. korrekciós felület megadásával szokták modellezni. Ez a korrekciós felület teremt kapcsolatot egy globális vagy lokális gravimetriai geoidmodell és a GPS ill. szintezési adatokból meghatározható „GPS geoid” között.

Az eltérések okai Fotopoulos et al. (2002) vizsgálatai szerint a következők lehetnek:

- a háromféle magassági adat véletlen hibái,
- dátum eltérések,
- az adatok mérési módszereiből, modellezéséből és kiegyenlítéséből adódó szabályos hibák és torzulások (elsősorban a hosszuhullámú geoideltérések az alkalmazott geopotenciális modellből adódóan, szabályos hibák a szintezési adatokban, rosszul modellezett GPS hibák - pl. troposzférikus javítások -, szintezési hálózatok kiegyenlítéséből keletkező torzulások),
- és természetesen a referencia pontok időbeli instabilitása is ide tartozik.

A korrekciós felülettel elsősorban a dátum eltéréseket és a szabályos hibákat lehet modellezni. Tekintsünk most el a gravimetriai geoid illetve a GPS és a szintezési adatok szabályos hibáitól, és csak a dátum eltérésekre összpontosítsunk. Az 1. ábra alapján látható, hogy a korrekciós felület ebben az esetben is kettős szerepet tölt be. A ΔN lehet a helyi magassági rendszer (jelen esetben pl. a Balti alapszint) és az alkalmazott geoidmodell szintje közötti eltérés (mindkettő a Föld nehézségi erőterének egy-egy különböző potenciál szintfelülete), illetve ΔE a GPS mérések referencia ellipszoidja és a geoidundulációk vonatkoztatási ellipszoidja közötti eltérés. Ezek az eltérések általában nem írhatóak le egy konstans eltolással, csak valamilyen bonyolultabb összefüggéssel.



1. ábra. Lehetséges dátumeltérések

Érdekes megfigyelni, hogy a gravimetriai geoidok fejlődésével, hogyan változnak a korrekciós felülettel modellezendő hibák. Erre jó példa az EUVN_DA adatbázis, amely több mint 1200 európai nagypontosságú GPS/szintezési pont adatait tartalmazza. Ezekből számíthatóak az eltérések különböző gravimetriai geoidoktól. Az újabb geoidmodellek alkalmazásával jelentős mértékben, bizonyos területeken felére, harmadára csökkentek az eltérések (Kenyeres et al. 2006).

3 Korrekciós felület típusok

A korrekciós felületek többnyire valamilyen paraméteres modellel írhatók le:

$$a_i^T \cdot x = N^{GPS} - N^{grav}, \quad (3)$$

ahol az x vektor tartalmazza a modell ismeretlen paramétereit, a pedig a kiválasztott modell alakmátrixának ismert együtthatóit. Az N^{GPS} a GPS-szintezési adatokból számítható GPS geoidmagasságok, az N^{grav} pedig a gravimetriai geoidmagasságok rövidítése.

A nemzetközi szakirodalomban korrekciós felületként számos különböző paraméteres modell alkalmazásával találkozhatunk, az egyszerű síkillesztéstől kezdve, a polinomesztésen, hasonlósági transzformációkon, spline-okon, Fourier-sorokon, waveleteken keresztül egészen a végeelem módszer alkalmazásáig. A megfelelő modell kiválasztása nem triviális feladat, függ az adott terület sajátosságaitól, a mérési pontok sűrűségétől és eloszlásától.

A megfelelő módszer kiválasztásánál szerepet játszhat az a szempont is, hogy a kapott eredmény analitikus formában legyen megadható. Ebben az esetben ugyanis a formula egyszerűen kiértékelhető valamilyen magas szintű (például C vagy Java) nyelvben, amelyek rendkívül gyorsak és a program helyigénye is messze kisebb, mint a teljes adatmennyiség tárolásához szükséges tárkapacitás.

A téma népszerűsége miatt nehéz felsorolni az összes megoldást, de azért álljon itt néhány jellemző példa, hogy ki, milyen módszereket alkalmazott:

- Kollokáció (Forsberg és Madsen 1990)
- Különböző fokszámú polinomok (Shretha 1993)
- Fourier sorok (Haagmans 1998)
- Spline interpoláció (Featherstone 2000)
- Végeelem módszer (Jäger és Schneid 2002)
- Wavelet-ek (Soltanpour et al. 2004)
- Kombinált legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítés (Fotopoulos 2005).

A vizsgálatainkban 340 magyarországi szintezett GPS pontból álló adatállományt használtunk. Ennek átlagos hibája néhány centiméterre tehető, de sok durva hibás pont is volt az állományban. A durva hibák szűrése után a 340 pontból 304 pont maradt az adatbázisban (Kenyeres és Seeman 1999). Vizsgálatainkban a GPS-szintezési adatokkal javított HGTUB2000 geoidmodellt használtuk (Tóth és Rózsa 2000), és a maradék 304 pont eltéréseit modelleztük az alábbi különböző módszerek alkalmazásával:

- különböző fokszámú polinomok,
- mesterséges neurális hálózatok,
- harmadfokú spline interpoláció,
- végeelem módszer (vékonylemez spline).

A végeelem módszerhez a *FEM-Design* szoftvert a többi számításához a *Mathematica* szoftvert használtuk. A *FEM-Design* szoftver elsősorban mechanikai számítások végzésére készült, de mint a példánkból látjuk a mi területünkön is jól alkalmazható.

4 Az adatok előkészítése

Amint említettük, 304 szintezett OGPSH ponton kívül rendelkezésünkre állt a számításokhoz a HGTUB2000 gravimetriai geoid, 211680 pontban, $\varphi = 30''$ és $\lambda = 50''$ felbontással, tehát közel 1 km-es rácsháló sarokpontjaiban megadott geoidunduláció értékekkel.

A korrekciós felülettel modellezni kívánt eltérések kiszámításához ugyanazokban a pontokban kell ismernünk mind a GPS/szintezési, mind a gravimetriai geoid magasságokat. Ehhez valamilyen interpolációs technikával meg kell határozni a kérdéses 304 pontban a gravimetriai geoid értékét, majd az említett különbségek a (3) összefüggés felhasználásával számíthatók.

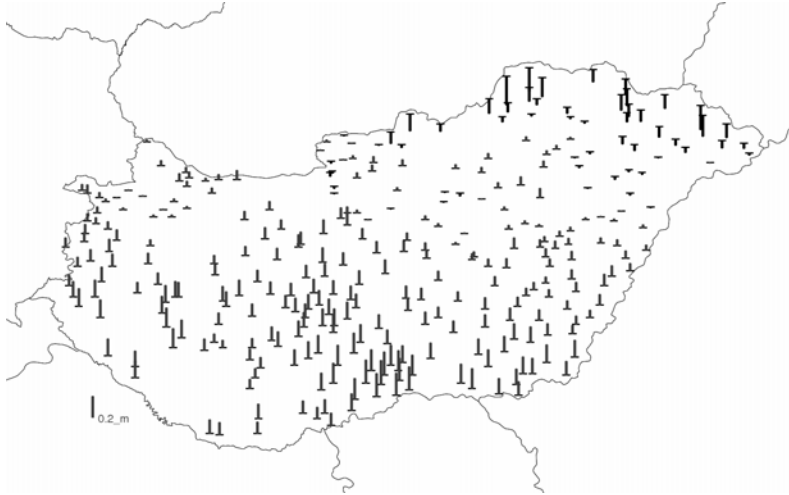
Miután közel 1 kilométerenként vannak a pontok és ezen belül a geoid jó megközelítéssel síknak tekinthető, így az egyik lehetőség a bilineáris interpoláció alkalmazása 4 szomszédos pont alapján. Ha valamilyen függvényvel szeretnénk interpolálni, analitikus formában megadva a geoidot, akkor erre jó lehetőséget nyújt a térbeli spline interpoláció. Esetünkben a geoid 8484 pontjára illeszkedő harmadfokú spline interpolációt alkalmazva (Salamon 2006), a 211680 pontból álló teljes geoidot

igen jól (1-2 cm hibával) közelítő analitikus formulát állítottunk elő, melynek szerkezete a következő:

$$N(\varphi, \lambda) = w_0 + \sum_{i=1}^n w_i \cdot ((\varphi - \varphi_i)^2 + (\lambda - \lambda_i)^2)^{3/2}, \quad (4)$$

ahol w_0 és w_i a korrekciós felület paraméterei, n pedig a felhasznált tanuló pontok száma.

A bilineáris és a térbeli spline interpolációs módszer eredményei nagy pontossággal egyeztek, az eltérések szórása mindössze 3 mm volt. Mi végül is a spline interpolációval számítottuk ki a gravimetriai geoid adatait a 304 pontban. Ezeknek a GPS geoidtól való eltéréseit mutatja a 2. ábra, az 1. táblázatban pedig az adatok statisztikai jellemzőit láthatjuk.



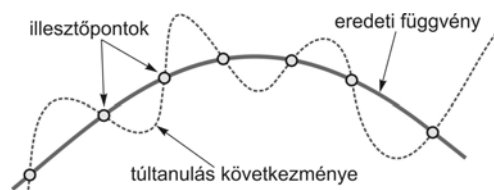
2. ábra. GPS geoid és gravimetriai geoid eltérései 304 pontban, spline interpolációval előállítva

1. táblázat. A 304 pontbeli GPS-gravimetriai geoid eltéréseinek statisztikai jellemzői

Átlag	Szórás	Min	Max
6.8 cm	8.7 cm	-27.4 cm	+22.5 cm

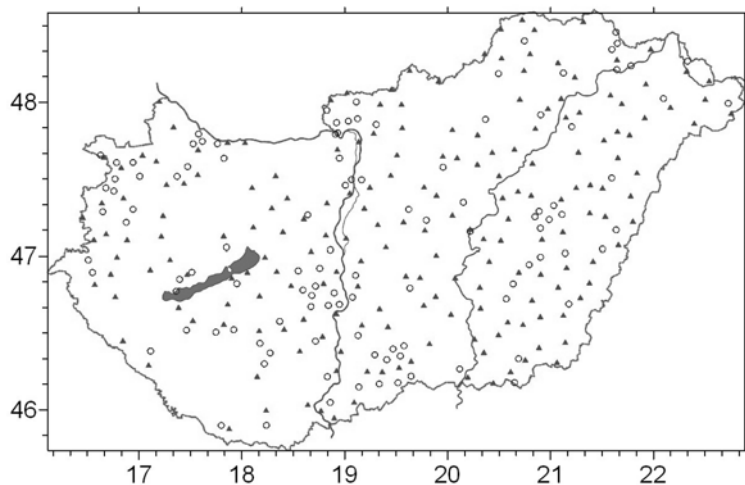
5 Az alkalmazott modell hatékonysága

Matematikai szempontból a korrektor felület előállítását nem más, mint egy kétváltozós függvény közelítése szabálytalanul elhelyezkedő mérési adatok (φ_i , λ_i , e_i) alapján. A közelítés hatékonyságának becslésére az egyik fontos paraméter a maradék hibák vizsgálata, ez azonban nem nyújt támogatást a modell általánosító képességére. Magas fokszámú felületek esetében felléphet a 3. ábrán szemléltetett ún. túlpáraméterezés, vagy túltanulás jelensége, amikor az illesztéshez használt pontoktól eltérő pontokban megnő a hiba nagysága.



3. ábra. Túlpáraméterezés jelensége

Az ún. túltanulás elkerülése végett a rendelkezésre álló mérési adatokat tanuló halmazra és teszt halmazra szokás felosztani. A tanuló halmaz alapján végezzük el a közelítő függvény előállítását és ennek általánosíthatóságát a teszt halmazzal ellenőrizzük. Már ez az első lépés is több problémát vet fel. Mivel a mérések elrendeződése nem szabályos és kevés is van belőlük – esetünkben mindössze 304 darab – nem egyszerű feladat a teszt halmaz elemeinek a kiválasztása, hiszen ha ezeket ügyetlenül választjuk meg, a megmaradó tanuló halmaz alkalmatlan lehet a megfelelő közelítés előállítására. Az egyik lehetséges megközelítés a probléma megoldására, ha a teszt halmazt egy elemű halmaznak választjuk, úgy, hogy mindig más-más pontra kerül a választás. Ez azt jelenti, hogy n mérési adat esetén n -szer oldjuk meg a feladatot, tanulóhalmazként az aktuális $(n-1)$ darab pontra vonatkozóan. Az egyelemű tesztalmazokra kapott hibák alapján, azokat súlyozva becsüljük a közelítés hibáját (Fotopoulos-Sideris, 2005). Az eljárás lényegében egy speciális Gauss - Jacobi módszernek tekinthető (Awange-Grafarend, 2005). Ez a módszer azonban nem ad arra támpontot, hogy amennyiben további GPS mérési adatokkal rendelkezünk, az adott közelítés mennyire lenne megfelelő. Erre sokkal inkább megfelel a mesterséges intelligencia területén (például *neurális hálózatok* vagy *support vector machine*) alkalmazott tanuló/teszt halmaz módszer, Zaletnyik et al. 2004. A kérdés azonban továbbra is az, hogy miként állítjuk elő ezeket a halmazokat. Az általunk javasolt és alkalmazott megoldás lényege, hogy a tesztalmaz elemeit úgy határozzuk meg, hogy az eredeti mérési adatok halmazában lévő közeli mérési pontok eltérő, tanuló-, vagy tesztalmazba kerüljenek. A 4. ábra szemlélteti a tanulóhalmaz és a tesztalmaz elemeit. Az eredeti mérések 2/3-a került a tanuló és 1/3-a tesztalmazba.



4. ábra. Tanuló pontokat háromszögek, a tesztalmaz pontjait körök jelölik

6 Alkalmazott modellek eredményei

A korrekciós felület típusának megválasztása nem egyértelmű feladat, célszerű több módszert is megvizsgálni és az adott feladathoz a legjobban illeszkedő megoldást választani.

2. táblázat. Korrekciós felületek maradék eltérései a tanuló és a tesztpontokban

Módszer	Tanulóhalmaz eltérései[cm]				Teszthalmaz eltérései[cm]			
	átlag	szórás	min	max	átlag	szórás	min	max
2. fokú polinom	0.0	3.5	-	8.4	0.0	3.4	-	7.1
3. fokú polinom	0.0	3.4	-	7.7	0.0	3.4	-	6.6
4. fokú polinom	0.0	3.2	-9.3	9.9	0.1	3.3	-	5.5
Regularizált	0.0	2.3	-9.3	6.5	-0.4	2.7	-	4.6
Neurális hálózat	0.0	1.7	-4.7	4.0	-0.2	1.8	-5.1	4.3
Végeselem (FEM)	0.0	0.0	-0.0	0.0	-0.3	1.3	-5.0	2.0
3. fokú spline	0.0	0.0	-0.0	0.0	-0.2	1.2	-4.8	2.0

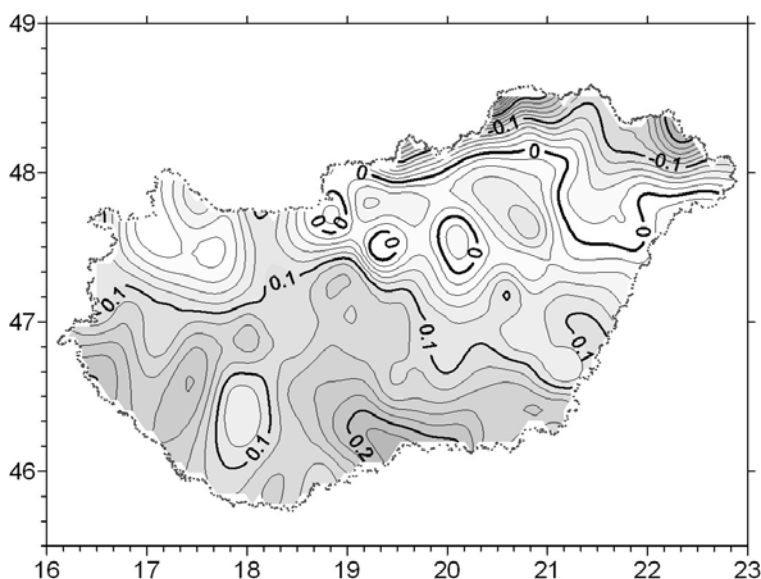
Az összehasonlítás végett igyekeztünk minél több felülettypust alkalmazni mind az illesztés pontossága tekintetében (maradék ellentmondások a tanuló pontokban), mind a modell általánosító képességének a vizsgálata szempontjából (eltérések a tesztpontokban). Az 2. táblázat tartalmazza az erre vonatkozó eredményeket, mind a tanuló, mind a teszt adatokra, cm mértékegységben. A táblázatban megtalálható az eltérések átlaga, szórása, valamint ezek minimális és maximális értékei.

Az alkalmazott módszerek között voltak 2. 3. és 4. fokú polinomokkal történő közelítések valamint neurális hálózatok radiál bázisú aktivációs függvényekkel. Mivel a neurális hálózatok hajlamosak a túltanulásra, figyelembe vettünk az egyik megoldásban egy ún. regularizációs tagot, aminek segítségével simább felületet lehet elérni. Ezen kívül a végeselem módszer és a gravimetriai geoid közelítések is már felhasznált harmadfokú spline került alkalmazásra.

Az 2. táblázatban a tanuló és teszthalmaz szórásait tekintve csökkenő sorrendben soroltuk fel a módszereket. Feltűnő, hogy az utolsó két módszer esetében a felület tökéletesen, mm alatti hibával, illeszkedett a tanuló pontokra, viszont az ilyen esetekben várható túltanulási jelenség sem következett be. Ennek a magyarázata, abban rejlik, hogy míg az első 5 módszer globális közelítést valósít meg, addig ez utóbbiak lokálisan közelítik, alacsony fokszámú felületekkel az egész területet. Így ez utóbbi két módszer adja még a tesztpontok esetében is a legkisebb maradék eltérést.

7 A harmadfokú spline interpoláció eredményei

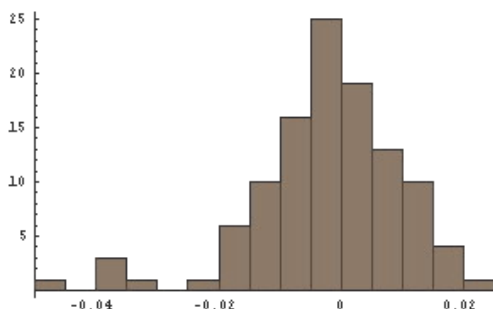
Vizsgáljuk meg a korrekciós felületmodell 5. ábrán bemutatott eredményét! Összevetve a harmadfokú spline interpolációval előállított korrekciós felületet a 2. ábrán bemutatott eltérések ábrájával, látható, hogy a korrekciós felület illeszkedik az eltérésekre. Természetesen, ha durva hibás pontok maradnak az állományban, ez a módszer arra is tökéletesen fog illeszkedni, ezért fontos, hogy előzőleg megfelelő durvahiba szűrésen menjenek keresztül a tanuláshoz, és a teszteléshez felhasznált adatok.



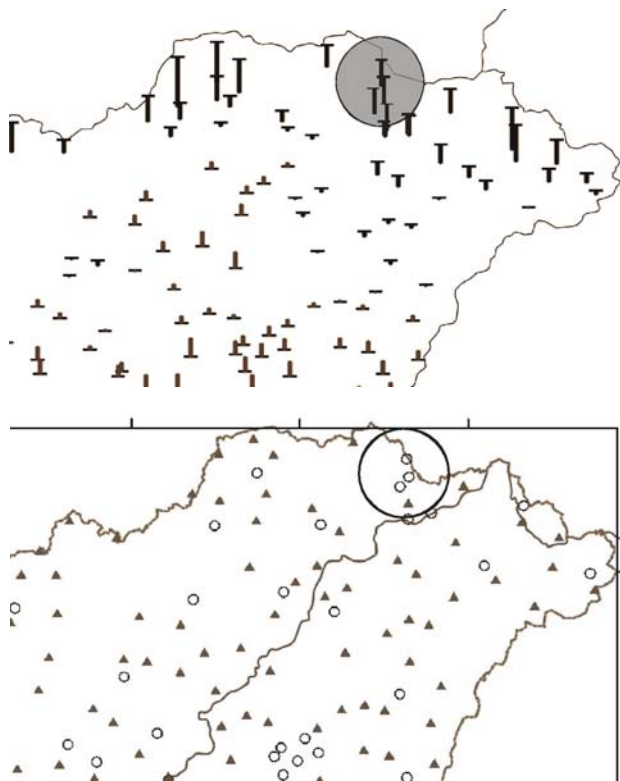
5. ábra. Harmadfokú spline interpolációval előállított korrekciós felület. Az izovonalak értékkeze 0.02 m.

Visszatérve a 2. táblázathoz, feltűnő még, hogy a tesztalmazon a negatív eltérések maximuma lényegesen (mintegy 1.5-2.5-szer) nagyobb, mint a pozitív eltérések maximuma, ugyanakkor az átlag 0 környékén van. Ezeket az eltéréseket okozhatja például néhány durva hibás pont is. Vizsgáljuk meg ezért az eltérések 6. ábrán látható hisztogramját!

A 6. ábrán látható, hogy mindössze 5 pont okozza ezeket a kiugró értékeket, az összes többi eltérés 2 cm alatt van. Feltételezve, hogy a modell általánosító képessége kielégítő, ebből akár arra is következtethetnénk, hogy durva hibás pontok maradtak az adatainkban. Azonban érdemes még megnézni e hibás pontok területi elhelyezkedését is. A 7. ábrán az eredeti eltéréseket szemléltető ábrából kinagyítva mutatunk egy részletet, ahol 3 ilyen pont található (lásd a határ közelében lévő bekarikázott pontokat), az ábra alsó részén pedig a tanuló-tesztpontok elhelyezkedését mutató ábrának ugyanezen részlete látható. Innen nyilvánvaló, hogy nem durva hibáról van szó, csupán arról, hogy e tesztpontok ellenőrzése esetén extrapolációra kerül sor, interpoláció helyett. Mindhárom pontban eredetileg is lényegesen nagyobbak voltak a gravimetriai geoidtól való eltérések, mint a környezetében lévő pontokban, így nem is várhatjuk, hogy ezeken a helyeken megfelelő eredményt kapjunk.

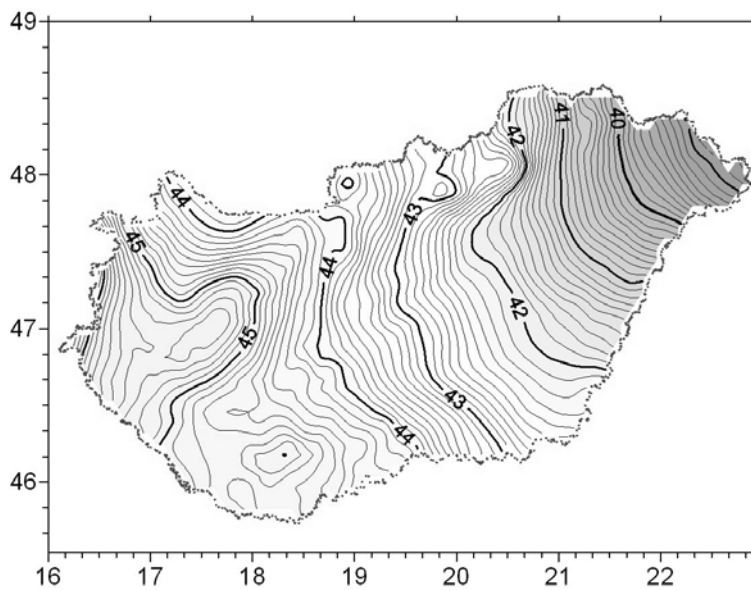


6. ábra. Harmadfokú spline interpolációval kapott maradék eltérések hisztogramja a tesztpontokban



7. ábra. Durva hibásnak vélhető tesztpontok

Végezetül a 8. ábrán a harmadfokú spline interpolációval meghatározott korrigált geoidfelületet láthatjuk.



8. ábra. A korrigált geoidfelület

8 Összefoglalás

A költséges színtezéssel meghatározott magasságmeghatározás kiváltható GPS mérésekkel megfelelő pontosságú geoidmodell alkalmazása mellett. A rendelkezésre álló adatokat felhasználva a legjobb eredményt úgy érhetjük el, ha kombináljuk a gravimetriai geoidot a GPS-színtezési adatokkal. Az előbbi egy meglehetősen sűrű rácsháló pontjaiban ismert, tükrözi a geoid finom szerkezetét, míg az utóbbi csak jóval ritkábban elhelyezkedő pontokban áll rendelkezésre, bár a GPS magasságok tengerszint feletti, helyi magassággá történő transzformációja során ez ad pontosabb eredményt. Elsősorban a különböző szabályos hibák és dátum eltérések miatt a kettő között viszonylag nagy eltérések találhatók. Ezek modellezése az eltérésekre illeszkedő, interpoláció/regresszió segítségével meghatározott korrekciós felülettel történhet.

A dolgozatban a korrekciós felület előállítását vizsgáltuk különböző módszerek, mint például az algebrai polinomok, neurális hálózatok, a végeelem módszer és spline interpoláció alkalmazása esetén.

A vizsgálatot 304 színtezett OGPSH pont és a HGTUB200 gravimetriai geoid közel 1 km-es felbontású rácshálójának sarokpontjaiban megadott geoidinduláció értékeivel végeztük.

A GPS/színtezési adatok felhasználásával meghatározott korrigált geoidot úgy kapjuk, hogy a meghatározott korrekciós felületet hozzáadjuk az eredeti gravimetriai geoidhoz, – így például harmadfokú spline interpolációt alkalmazva a korrigált geoid is megadható analitikus alakban.

A módszerek közül legeredményesebbnek, 2 cm-es maximális eltéréssel, a spline interpolációs módszer bizonyult. A neurális hálózatok a gyakorlat számára még mindig elfogadható 4 cm-es maximális eltérést adtak. Ez a mérőszám a polinomok esetén már 6 cm volt.

Az eredmények tehát biztatóak, a felületillesztés 1-2 centiméteres pontossággal megoldható. Az igazán használható centiméteres geoidfelülethez persze az kellene, hogy a színtezés és a GPS mérésekből származó adataink is legalább ilyen pontosak legyenek. Ugyancsak fontos az adatok egyenletes eloszlása, durvahiba szűrése és a módszerek tesztelése szempontjából a tanuló és a tesztalmaz ideális szétválasztása (amint láthattuk ezt a 6. és a 7. ábrából levonható következtetések kapcsán). Ez utóbbi feladat megoldására már más módszereket is elkezdtünk vizsgálni, melyekkel esetleg hatékonyabban kiküszöbölhetőek lennének az extrapolációs problémák, illetve egyenletesebb ponteloszlást lehetne biztosítani a tanuló halmazban (<http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/6615>).

Érdeemes lenne azt is megvizsgálni, hogy más tanuló halmaz választása esetén mennyire térnének el egymástól a felületillesztés után kapott eredmények.

Tervezzük, hogy az itt bemutatott módszereket az egész európai kontinensre alkalmazzuk, felhasználva az EUVN_DA adatbázisban szereplő GPS/színtezési adatokat.

Köszönetnyilvánítás. A végeelem számításokat a *FEM-Design 6.0* végeelem szoftverrel végeztük. Ezúton mondunk köszönetet a StruSoft Kft.-nek, aki a szoftvert rendelkezésünkre bocsátotta, valamint Dr. Kirchner Istvánnak aki a rendszer használatában komoly segítségünkre volt. A kutatás a FÖMI KGO és a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke közötti kutatási együttműködés keretében valamint a T043007 és a T046718 sz. OTKA támogatásával valósult meg.

Hivatkozások

- Awange JL, Grafarend EW** (2005): Solving Algebraic Computational Problems in Geodesy and Geoinformatics, Springer Berlin.
- Featherstone W** (2000): Refinement of gravimetric geoid using GPS and levelling data. *Journal of Surveying Engineering*, May. 126; 2, 27-56.
- Forsberg R, Madsen F** (1990). High Precision Geoid Heights for GPS Levelling. *Proceedings of the 2nd International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System*, Sept. 2-7, Ottawa, Canada, 1060-1074.
- Fotopoulos G, Featherstone WE, Sideris MG** (2002): Fitting a Gravimetric Geoid Model to the Australian Height Datum via GPS Data. Presented at the IAG Third Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, Thessaloniki, Greece, Aug. 26-30.
- Fotopoulos G** (2005) Calibration of geoid error models via a combined adjustment of ellipsoidal, orthometric and geoid height data. *J. of Geodesy*, 79; 1-3, 111-123.

- Fotopoulos G, Sideris MG** (2005): Spatial Modeling and Analysis of Adjusted Residuals over a Network of GPS-levelling Benchmarks, *GEOMATICA* 59; 3, 251-262.
- Haagmans R, de Bruijne A, de Min E** (1998): A procedure for combining gravimetric geoid models and independent geoid data, with an example in the North Sea region. *DEOS Progress Letters* 98.1, Delft University Press.
- Jäger R, Schneid S** (2002): GNSS Online Heighting based on the Concept of a Digital Finite Element Height Reference Surface (DFHRS) and the Evaluation of the European HRS. *Proceedings, ENC - GNSS 2002 Symposium, European Navigation Conference*. Copenhagen.
- Kenyeres A, Seeman J** (1999): Az OGPSH-pontok tengerszint feletti magasságának meghatározása GPS-technikával, *Geodézia és Kartográfia*, 1999; 1, 18-23.
- Kenyeres A, Sacher M, Ihde J, Denker H, Marti U** (2006): EUVN_DA: Establishment of a European Continental GPS/Leveling Network, *IGFS2006 Symposium*, 28.08-01.09, Istanbul, Turkey.
- Kotsakis C, Sideris MG** (1999): On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks. *Journal of Geodesy*, 73; 8, 412-421.
- Salamon D** (2006): *Curves and Surfaces for Computer Graphics*, Springer Science Business Media, New York.
- Shretha R, Nazir A, Dewitt B, Smith S** (1993): Surface Interpolation Techniques to Convert GPS Ellipsoid Heights to Elevations. *Surveying and Land Information Systems*, 53, 2, 133-144.
- Soltanpour A, Nahawandchi H, Featherstone WE** (2006): The use of second-generation wavelets to combine a gravimetric quasigeoid model with GPS-levelling data, *Journal of Geodesy* (Accepted 9 February).
- Tóth Gy, Rózsa Sz** (2000): New Datasets and Techniques – an Improvement in the Hungarian Geoid Solution, Paper presented at Gravity, Geoid and Geodynamics Conference, Banf, Alberta, Canada.
- Zaletnyik P, Völgyesi L, Paláncz B** (2004): Approach of the Hungarian Geoid Surface with Sequence of Neural Networks. *Int. Arch. of Photogr, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XXXV; Part B-YF, Istanbul, 119-122.