

KÍSÉRLETI MÉRÉSEK EÖTVÖS-INGÁVAL ÉS GRAVIMÉTEREKKEL – AZ EÖTVÖS-INGA MÉRÉSEK EREDMÉNYEI GEODÉZIAI CÉLÚ HASZNOSÍTÁSÁNAK VIZSGÁLATA CÉLJÁBÓL

Csapó Géza* – Tóth Gyula** ,*** – Laky Sándor*** – Völgyesi Lajos** ,***



Test measurements by torsion balance and gravimeters in view of geodetic application of torsion balance data –The purpose of the measurements presented in this paper was to utilize besides numerous (about 300000) gravity values determined by gravimetry, Hungarian torsion balance measurement results as well, and thereby facilitate an improved gravity field determination of our country. The primary goal of about 60000 torsion balance measurements was domestic prospecting of raw materials. Earlier theoretical investigations and geodetic torsion balance measurements made by Lorand Eötvös showed that these measurements are good for gravity field determination as well and it is possible by combining torsion balance with gravimetry to generate all functionals of the gravity field.

Keywords: gravity gradients, gravimeter, torsion balance

A tanulmányban bemutatott mérések alapvető célja az volt, hogy a nagyszámú (mintegy 300000) graviméterrel mért nehézségi gyorsulási érték felhasználásán kívül hasznosítsuk a magyarországi Eötvös-inga mérések eredményeit is és ezzel az eddiginél részletesebben ismerjük meg a nehézségi erőter szerkezetét hazánk területére vonatkozóan. A mintegy 60000 Eötvös-inga mérés elsősorban a hazai nyersanyag kutatás céljait szolgálta. Elméleti vizsgálatok és Eötvös Loránd geodéziai célú ingamérései bizonyították, hogy ezek az adatok a nehézségi erőter szerkezetének jobb megismerésére is hasznosíthatók, valamint az Eötvös-ingás és a graviméteres mérések eredményeinek kombinálásával a nehézségi erőter valamennyi eleme előállítható.

Kulcsszavak: nehézségi erőter gradiensei, graviméter, Eötvös-inga

1 Bevezetés

Részben az elméleti vizsgálatok gyakorlati igazolása, részben a kétféle gravitációs módszerrel meghatározott mennyiségek megbízhatóságának összehasonlítása céljából 2006-ban az ELGI-ben felújításra került egy E-54 típusú Eötvös-inga, amellyel először laboratóriumi vizsgálatok történtek (Csapó 2007), majd a terepi mérésekhez szükséges kiegészítők elkészítése után megfelelő területet kerestünk a tervezett munkák elvégzéséhez. Erre a célra a Csepel-sziget déli része, Makád község külterülete látszott alkalmasnak, ahol minimális a beépítettség és az ötvenes években számos Eötvös-inga mérést is végeztek.

2 A nehézségi erőter horizontális gradienseinek meghatározása

A Makád község külterületén létesített 300x300 méteres síkvidéki teszhálózat pontjain egyidejűleg végeztünk Eötvös-ingával és graviméterrel horizontális gradiens méréseket. Az 1. táblázatban a graviméterrel mért horizontális gradienseket HG -vel, az ingával meghatározott értékeket W_{zs} -sel jelöltük (Völgyesi 2002). A graviméteres méréseket a következők szerint végeztük: a négy főégtájban a P központtól 5-5 méter távolságban kitűzött É, K, D, Ny pontok és a központi pont között ún. „kettős csillagmérést” végeztünk (P-É-P-K-P-D-P-Ny-P-...), és a számított Δg értékeket 5 m távolsággal osztva kaptuk a HG $\mu\text{Gal}/\text{m}$ -ben kifejezett értékét. A HG_E , HG_K , ill. W_{zx} , W_{zy} gradiensek

* Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Kolombusz utca 17-23

** Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék

*** MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport, H-1111 Budapest, Műgyetem rkp.3
E-mail: csapo@elgi.hu, gtoth@sci.fgt.bme.hu, laky.sandor@freemail.hu, volgyesi@eik.bme.hu

összetevők számításánál a függőleges x tengely pozitív ága észak felé, a vízszintes y tengely pozitív ága kelet felé mutat. Az eredő (HG , ill. W_{zs}) számításához alkalmazott képlet:

$$HG = \sqrt{HG_E^2 + HG_K^2}, \quad (1)$$

$$W_{zs} = \sqrt{W_{zx}^2 + W_{zy}^2}. \quad (2)$$

A graviméterrel végzett HG meghatározások μ_{HG} megbízhatóságát az ismételt mérések alapján számítottuk a:

$$\mu_{HG} = \sqrt{\mu HG_E^2 + \mu HG_K^2} \quad (3)$$

összefüggés alkalmazásával.

A mérésekhez elektronikus libellákkal, CPI elektronikával ellátott LCR gravimétert alkalmaztunk, a műszerleolvasásokat a graviméterhez csatlakoztatott, szűrővel ellátott digitális voltmérővel végeztük interpoláló eljárással (Csapó 2006).

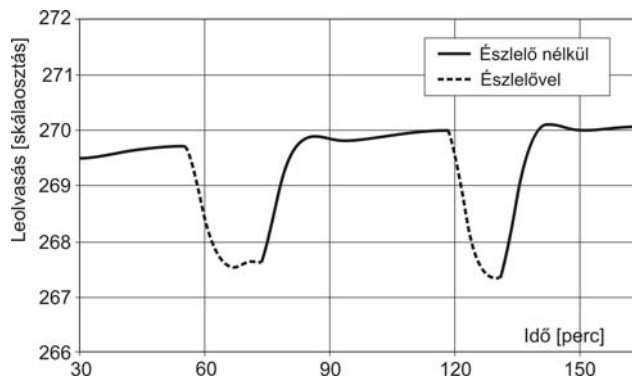
Az 1. táblázat adatai szerint LCR graviméterrel terepi körülmények között végzett HG horizontális gradiens mérések átlagos megbízhatósága esetünkben $\pm 5\mu\text{Gal}$. Ez a megbízhatóság jobb, mint az általában tapasztalható $\mu_{\Delta g} > \pm 10\mu\text{Gal}$, ami azzal magyarázható, hogy a műszer áthelyezése a pontok között gyorsan és elhanyagolható káros mechanikai hatással végezhető, valamint a mért pontokon csak minimális tárcsaforgatás szükséges a műszerleolvasások előtt. Több ponton néhány nap elteltével különböző időjárási körülmények között megismételtük a méréseket (lásd 1.táblázat: 2#2 és 3#3 jelű pont).

1. táblázat. A teszt-területen graviméterrel és Eötvös-ingával 2007-2008-ban mért horizontális gradiens értékek és ezek megbízhatósága $\mu\text{gal}/\text{m}$ egységben.

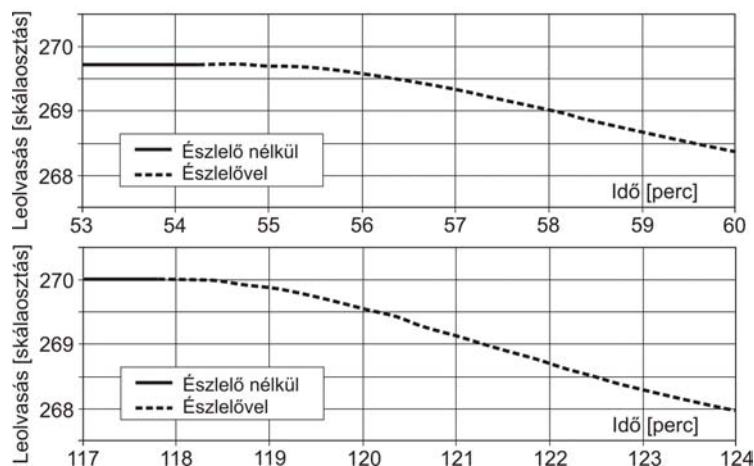
No.	graviméterrel	ingával	eltérés	megjegyzés
E238	6.5 ± 8.4	1.7	4.8	
E208	8.4 ± 2.4	3.3	5.1	azonos: 3#5
1#1	6.4 ± 3.2	–		
1#2	10.6 ± 5.6	5.2	5.4	
1#3	10.2 ± 12.6	2.3	7.9	
1#4	1.1 ± 2.2	0.4	0.7	
1#5	1.5 ± 2.8	2.8	–1.3	
2#2	8.7 ± 5.4	–		
2#2	5.8 ± 5.7	1.6	4.2	ismétlés
2#3	6.3 ± 5.7	1.4	4.9	
2#4	4.5 ± 4.3	0.8	3.7	
2#5	3.8 ± 8.4	2.7	1.1	
2#6	2.5 ± 3.6	1.7	0.8	
3#3	4.8 ± 3.3	1.8	3.0	
3#3	4.1 ± 3.2	–		ismétlés
3#4	0.5 ± 4.8	2.4	–1.9	
3#6	5.0 ± 3.9	2.2	2.8	
4#4	5.5 ± 3.6	0.7	4.8	
4#5	4.9 ± 5.7	1.2	3.7	
5#4	2.4 ± 5.0	1.3	1.1	
6#1	1.4 ± 6.3	2.9	–5.0	
6#2	3.5 ± 5.8	2.3	–2.2	
23#5	1.5 ± 0.7	3.0	0.8	
23#4	3.8 ± 2.1	1.1	1.6	
32#5	5.4 ± 16.4	2.5	–10.9	
23#3	4.5 ± 3.7	0.9	0.8	
23#35	9.9 ± 7.4	2.9	2.5	
33#5	4.1 ± 3.5	1.4	0.6	
34#45	3.5 ± 2.2	1.0	1.2	
34#5	12.5 ± 5.7	0.3	6.7	
34#5	13.0 ± 3.2	–		ismétlés
átlagos hiba: ± 5.1		átlagos eltérés: 4.2		

Kedvező feltételeknél (3#3 pont) egyező eredményeket kaptunk, nagyon eltérő körülmények között azonban (2#2 pont) az eredmények egyezése rosszabb volt. A bemutatott adatok értékeléséhez megjegyezzük, hogy a graviméteres mérésekkel egyidőben végzett ingamérések szempontjából a külső körülmények igen kedvezőtlenek voltak. Az ingasátorban a hőmérséklet a sorozat mérése közben 7-8 °C -kal is emelkedett, egyes napokon elérte a 40 °C-t és a vertikális hőmérsékleti gradiens is 7-8 °C/m értékű volt. Ez utóbbi érték hatására kedvezőtlen levegő turbulenciák adódhattak az ingaszálak védőcsöveiben.

Az E-54 típusú Eötvös-ingával 5 azimutos méréseket végeztünk vizuális észleléssel úgy, hogy az 1. és 2. azimut észlelését a sorozat végén megismételtük. Az inga dezarretálása után az első észlelést 40-50 perc elteltével hajtottuk végre, utána az egyes azimutokban végzett észlelések közötti idő 40 perc volt. Az ingakarnak az egyes azimutok közötti forgatását mechanikus óraszerkezet biztosította. Az inga szerkezeti felépítéséből következik, hogy minden meghatározott mennyiségre két – részben független – mérési eredmény adódik; végeredménynek a két érték átlagát számítjuk. A horizontális gradiens ingával meghatározott értékének megbízhatóságát részben a két mérési eredmény eltérése alapján vettük figyelembe, (a megismételt azimutokban észlelt viszonylag nagy eltérések miatt a feldolgozásnál csak a második leolvasásokkal számoltunk), részben pedig meghatároztuk az észlelő közelségéből származó tömeghatást. Az 1. ábrán az észlelő tömeghatását láthatjuk a Mátyás-barlangban végzett kísérleti mérések során. A 2. ábrán az 1. ábra azon részeit látjuk kinagyítva, ahol a leolvasó személy megjelenését követően elkezdődik a leolvasott értékek megváltozása. Látható, hogy a mintegy 2 perces észlelési idő alatt a tömeghatás átlagosan 0.4-0.6 E érték. Az 1. ábráról kiderül, hogy az észlelő teljes tömeghatása jóval az észlelés befejezése után jelentkezik és 35-40 perc szükséges ahhoz, hogy az inga visszaálljon eredeti állapotába.



1. ábra. Az észlelő közelségéből származó tömeghatás az Eötvös-inga leolvasási értékeire



2. ábra. Az észlelő közelségéből származó tömeghatás kinagyított részei

A grafikonok előállításához szükséges sűrű mintavételezést az tette lehetővé, hogy vizuális észlelés helyett videokamerás felvételre térünk át. A leolvasó mikroszkópok szemlencséje elé videokamerákat rögzítettünk, amelyeket egy interaktív célprogrammal vezérelve tetszőleges gyakorisággal fényképezhető a látómező. A program elvégzi a képfeldolgozást is, de manuális kiértékelésre is lehetőséget ad az egyes felvételek megjeleníthetőségével. A történetiség kedvéért megjegyezzük, hogy az E-54 típusú ingákkal korábban is volt lehetőség a vizuális leolvasások helyettesítésére oly módon, hogy a látómező képét egy fényérzékeny üveglemezre rögzítette a berendezés. A lemezek fényképészeti előhívása után az egyes felvételeken vizuálisan lehetett az index helyzetét meghatározni. A 2007-ben végzett vizuális mérések megbízhatóságát 4-5 E értékűre becsüljük. A videokamerás mérések eredményeinek ismertetését egy későbbi tanulmányban tervezzük akkor, amikor befejezzük az inga automatikus forgatására irányuló jelenleg folyó fejlesztésünket is.

A graviméterekkel ugyanazon ponton végzett ismételt HG mérések eredményei között átlagosan 1-3 μGal eltérést tapasztaltunk, ami igen jó egyezés. Tekintettel azonban arra, hogy a graviméterrel végzett méréseknél a mért mennyiség nagysága és a meghatározás megbízhatósága azonos nagyságrendű, ezért mind a mért mennyiség nagysága, mind az eredő iránya durván eltérhet az ingamérésekkel meghatározott értékektől. Tapasztalatainkat a 2008-ban további 12 ponton végzett HG méréseink eredményei is alátámasztották.

Ezen összehasonlító mérések tapasztalatai alapján az a következtetés vonható le, hogy *elektronikus libellákkal, CPI elektronikával szerelt LCR graviméterekkel és digitális voltmérővel történő műszerleolvasással sem lehet megbízhatóan meghatározni a nehézségi gyorsulás horizontális gradiensét. Ezt az összetevőt megbízható módon továbbra is az Eötvös-ingával lehet meghatározni.*

3 Nehézségi gyorsulás különbségek (Δg) meghatározása graviméterekkel és Eötvös-ingával

Az egyes mérési pontok közötti Δg értékek meghatározását az előző pontban ismertetett LCR graviméterekkel végeztük 2007-2008-ban. A méréseket különböző napokon hajtottuk végre egy időben két LCR műszerrel. A műszereket a mérési pontok, illetve a sorozatokhoz felhasznált bázispontok között személygépkocsival szállítottuk. (Mivel a hálózat valamennyi pontját szántóföldön állandósítottuk, szállítás közben a graviméterek folyamatosan káros hatású mechanikai igénybevételeknek, rázkódásnak voltak kitéve).

A mérési eredmények feldolgozásánál árapály-, műszermagassági-, barometrikus- és műszerjárás miatti javítást alkalmaztunk. (A javításba hallgatólagosan a matematikai módszerrel nem számítható hőmérsékletváltozások és a káros mechanikai hatások figyelembevétele is beleértendő).

A 2. táblázatban bemutatott Δg értékek az adott pontok között mért, vagyis kiegyenlítés előtti, javításokkal ellátott nehézségi gyorsulás különbségek. A táblázat „eltérés” oszlopában szereplő adatokból látszik, hogy a két graviméter mérési eredményeit nem terheli méretarány eltérésből származó szabályos hiba. A mérési időszak második felében megnőtt a két graviméterrel mért Δg értékek közötti különbség ($> 0.03 \text{ mGal}$), ennek okát jelenleg nem ismerjük.

Eötvös-inga mérések eredményeiből két pont közötti Δg értékét annak feltételezésével számíthatjuk ki, hogy a két pont közötti magasságkülönbség és távolság kicsi. Ebben az esetben ugyanis a köztes vonalszakaszon a vízszintes értelmű gradiensek helyettesíthetők azoknak a két végponton mért értékének átlagával. A mérési pontok közötti távolságok számításához a GPS módszerrel meghatározott vízszintes koordinátákat használtuk (az egyes pontok vízszintes koordinátáinak megbízhatósága 1-2 cm).

A vertikális gradienseknek a számított Δg értékre gyakorolt esetleges hatását elhanyagoltuk. Az ingamérések eredményei alapján tehát valamely két A és B pont közötti Δg számításánál alkalmazott képlet:

$$\Delta g = \frac{W_A + W_B}{2} t_{AB}, \quad (4)$$

ahol W_A és W_B a két ponton mért gradiensek az AB irányba eső összetevője, t_{AB} pedig az A és B pont távolsága (lásd 2. táblázat). Az eredmény mGal-ban adódik.

Az eredeti Eötvös-inga mérési pontok között, amelyeknek 150–300 m közötti a távolsága, a fenti

2. táblázat. A teszt-területen graviméterrel végzett Δg mérések

mérés dátuma	mérési kapcsolat	távolság m	Δg mGal			Δg átlag
			$\Delta g_{LCR-220}$	$\Delta g_{LCR-1919}$	eltérés	
2007.07.31	E238-1#2	451.961	0.318	0.342	-0.024	0.330
	1#2-1#1	298.924	-0.369	-0.371	0.002	-0.370
	1#1-1#3	599.540	1.105	1.085	0.020	1.095
	1#3-1#4	298.737	0.593	0.578	0.015	0.586
	1#4-1#5	298.043	0.528	0.529	-0.001	0.529
	1#5-E208	599.259	0.636	0.649	-0.013	0.643
	E238-E208	1437.610	2.834	2.797	0.037	2.816
2007.08.14	2#3-2#4	299.136	0.314	0.324	-0.010	0.319
	2#4-2#5	300.904	0.264	0.233	0.031	0.249
	2#5-2#6	300.060	0.230	0.287	-0.057	0.259
	3#6-3#4	602.220	-0.645	-0.664	0.019	-0.655
	3#4-3#3	299.760	-0.190	-0.195	0.005	-0.193
	3#3-2#2	356.443	-0.812	-0.780	-0.032	-0.796
2007.08.22	1#2-2#3	424.380	1.295	1.256	0.039	1.276
	2#3-3#3	298.010	0.407	0.438	-0.031	0.423
2007.09.29	5#4-4#4	424.265	-0.364	-0.328	-0.036	-0.346
2008.08.12	502-6#1	-	0.068	0.041	0.027	0.055
	6#1-6#2	300.003	0.634	0.636	-0.002	0.635
	6#2-7#2	-	-0.498	-0.538	0.040	-0.518
	7#2-6#3	-	1.098	1.141	-0.043	1.120
	6#3-500	-	-1.736	-1.718	-0.018	-1.727
	500-502	-	0.417	0.438	-0.021	0.428
	502-3#25	-	1.7903	1.748	0.042	1.769
2008.08.15	3#25-23#3	221.351	0.0378	0.061	-0.023	0.049
	23#3-3#35	212.851	0.4067	0.384	0.023	0.395
	3#35-23#4	214.467	-0.0445	-0.058	0.014	-0.051
	23#4-3#45	212.845	0.3191	0.324	-0.005	0.322
	3#45-2#35	422.852	-0.6859	-0.687	0.001	-0.686
	2#35-500	-	-2.2351	-2.207	-0.028	-2.221
	500-502	-	0.4122	0.438	-0.026	0.425
	500-3#25	-	2.2096	2.181	0.029	2.195
	23#3-2#35	211.504	-0.0259	-0.050	0.024	-0.038
	23#5-23#4	210.012	0.3720	0.369	0.003	0.371
	3#45-3#35	300.000	-0.3042	-0.245	-0.059	-0.275
	3#35-502	-	-2.2386	-2.200	-0.039	-2.219
	502-23#35	-	2.190	2.142	0.048	2.166
23#35-	149.900	-0.370	-0.339			
23#3				-0.031	-0.355	
2008.09.09	23#3-	540.920	0.542	0.549		
	34#45				-0.007	0.546
	34#45-500	-	-2.813	-2.800	-0.013	-2.807
	500-502	-	0.477	0.435	0.042	0.456
	500-23#35	-	2.645	2.597	0.048	2.621
	34#45-502	-	-2.344	-2.364	0.020	-2.354
az eltérések abszolút értékeinek átlaga:					0.025	

számítás nem adott értékelhető eredményt, ezért a 3. táblázat megfelelő adatait úgy számítottuk ki, hogy 10×10 m-es osztásközű rácsra digitális domborzatmodellt állítottunk elő a terület 1:10000-es topográfiai térképe, másrészt az ingamérésekhez kapcsolódó, mérőállomással meghatározott 8 irányú területszintezési adatok segítségével. A számítás tömegelemei háromszög alapú hasábok voltak, amelyekből kettő-kettő helyezkedett el vízszintes értelemben a 10 m-es rács egy-egy celláján belül. Ezekhez a hasábokhoz a teljes területre jellemző 2000 kg/m^3 -es sűrűség értéket rendeltünk, és a modellnek a gravitációs hatását a peremhatás csökkentése érdekében egy alkalmasan választott referencia tömegmodellhez képest számítottuk ki 50×50 m-es osztásközű rácsra. A gravitációs gradiensek számításához az egyes poliéderekre Holstein (2003) összefüggéseit alkalmaztuk, és az így besűrített vízszintes gradienseket használtuk a pontok közötti nemlineáris gravitációs gradiens változás modellezéséhez. Az elkészített digitális domborzatmodell területén kívül eső pontokra nem

tudtuk alkalmazni az eljárást, ezért azok nem szerepelnek a 3. táblázatban. A jövőben szeretnénk elvégezni a domborzatmodell bővítését, hogy ezekre a pontokra is elvégezhesük a számítást.

Az Eötvös-inga mérési eredményeiből számított Δg értékek megbízhatóságának számításához (becsléséhez) a következőket kell figyelembe venni:

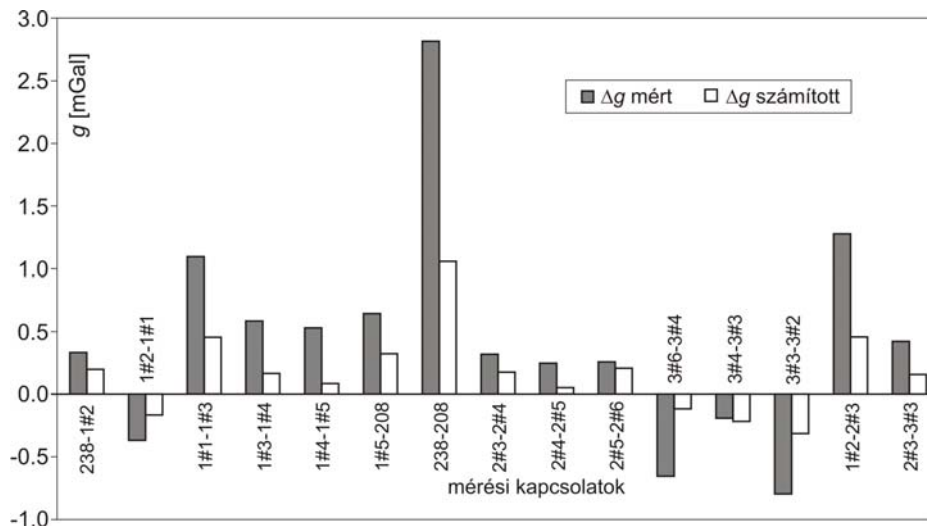
1. az egyes pontok vízszintes koordinátáinak meghatározási hibája 1-2 cm,
2. az ingamérések megbízhatósága: 4-5 E
3. két pont koordináták alapján meghatározott távolságának (t_{AB}) figyelembe vételével számított Δg érték esetén 5 cm távolsági bizonytalanság cca. 1.6 μGal hibát okoz,
4. az 5° -os azimut hiba pedig cca. 1.3 μGal hibát okoz.

Az ingamérések megbízhatósága több tényező függvénye. Az egyik a vizuális észlelés leolvasási pontatlansága, amely ha 0.2-0.3 körüli skálaosztás egység, akkor ez a gradiensekben 0.8-1.1 E, a görbületi értékekben 1.7-3 E meghatározási középhibát eredményez. Ennél komolyabb hatást jelent a műszerszál nem lineáris driftje. Habár a műszerbe épített két inga mérései nem tekinthetők teljesen függetlennek, bizonyos környezeti hatások (pl. hőmérséklet) várhatóan nagyjából egyformán befolyásolják a leolvasásokat. Ennek ellenére ezen különbségek alapján az ingamérések megbízhatósága megbecsülhető: a szórás átlagosan $\pm 4-6$ E volt a mért állomásokon, de pontról-pontra is erősen változott. Már említettük, hogy az észlelő tömeghatása is jelentős, a 2 perces észlelési idő alatt átlagosan 0.4-0.6 E érték. Ezen hibahatások egy része várhatóan csökkenthető illetve kiküszöbölhető lesz automatizált észleléssel, a műszerszálak driftjének pontosabb modellezésével, illetve az észlelőház jobb hőszigetelésével.

A 3. és 4. ábra alapján látható, hogy a graviméterrel és ingával mért Δg értékek irányra ugyan megegyeznek, nagyságra azonban nem. Ez részben azzal magyarázható, hogy még 300 méteres távolságban sem teljesül az alapfeltétel, amely szerint a vizsgált két pont között a nehézségi gyorsulás értékek lineárisan változnak. Az eltérések egyéb lehetséges okainak kiderítésére további vizsgálatokat tervezünk. Ugyanakkor a 4. ábrán igen jó korrelációs együtthatóval rendelkező lineáris összefüggést találtunk a kétféle módon nyert értékek között.

Összehasonlítás céljából a 4. táblázatban azokat az eredményeket is bemutatjuk, amelyeket 1991-ben a budapesti Mátyás-barlang egyik vízszintes folyosóján mért Csapó Géza LCR graviméterekkel és E-54 típusú ingával. A szomszédos pontok egymás közötti távolsága 1.5 és 6 m között, tengerszint feletti magasságuk pedig 201.2-201.8 m tartományban változott.

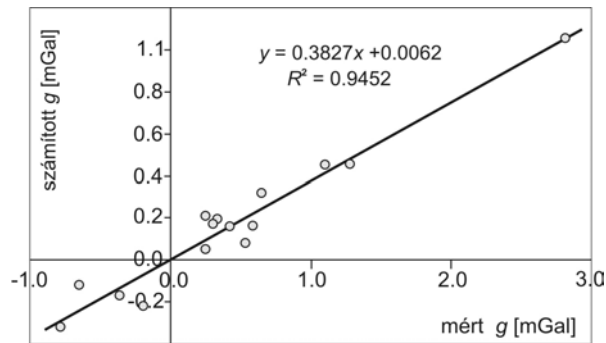
A táblázat adatai szerint a kétféle mérésből számított eredmények egyezése kielégítő. A számításoknál nem vettük figyelembe a barlang tömeghatását. A mért és számított Δg értékek majdnem lineáris kapcsolatban vannak egymással, viszont a számított érték arányosan kisebbek. Ennek okát még egyelőre nem látjuk tisztán, az okok kiderítésére további vizsgálatok szükségesek.



3. ábra. A mért és a számított Δg értékek összehasonlítása

3. táblázat. Graviméterrel és Eötvös-ingával végzett Δg mérések eltérései

mérési kapcsolat	Δg (graviméterrel) mGal	Δg (ingával) mGal	eltérés mGal
E238-1#2	0.330	0.199	0.131
1#2-1#1	-0.370	-0.168	-0.202
1#1-1#3	1.095	0.454	0.641
1#3-1#4	0.586	0.166	0.420
1#4-1#5	0.528	0.084	0.444
1#5-E208	0.642	0.323	0.319
E238-E208	2.816	1.057	1.759
2#3-2#4	0.319	0.176	0.143
2#4-2#5	0.248	0.053	0.195
2#5-2#6	0.258	0.208	0.050
3#6-3#4	-0.654	-0.116	-0.538
3#4-3#3	-0.192	-0.218	0.026
3#3-2#2	-0.796	-0.313	-0.483
1#2-2#3	1.276	0.457	0.819
2#3-3#3	0.422	0.158	0.264
5#4-4#4	-0.346	-	-

4. ábra. A mért és a számított Δg értékek kapcsolata4. táblázat. Graviméterrel és Eötvös-ingával meghatározott Δg értékek a Mátyás-barlangban

mérési kapcsolat	Δg (LCR)	Δg (inga)	Δg különbség (LCR-inga)
1-2	110	93.5	+ 16.5
2-3	101	91.3	+ 9.7
3-4	113	121.6	- 8.6
4-5	905	80.4	+ 14.6
5-6	110	97.3	+ 12.7
6-7	109	92.3	+ 16.7
7-8	102	90.0	+ 12.0
8-9	105	86.2	+ 18.8
9-10	110	100.9	+ 9.1
10-11	110	94.8	+ 15.2
11-12	97	95.4	+ 1.6
12-13	102	99.2	+ 2.8
13-14	98	104.3	- 6.3

4 Hálózatban végzett Eötvös-inga mérésekből számított VG értékek meghatározása

Közismert, hogy Eötvös-inga mérések eredményeiből az adott pont vertikális gradiens értékére közvetlenül nem kapunk információt. Létezik azonban olyan módszer, amellyel a VG érték minden Eötvös-inga mérési pontban meghatározható akkor, ha a hálózatban szerepelnek valamilyen módon meghatározott VG értékek (Tóth 2007).

Az elméleti kutatások eredményének a gyakorlatban történő ellenőrzése céljából a teszthálózat pontjainak nagy többségén graviméterrel meghatároztuk a VG helyi értékét (Csapó 1999). A terepi méréseket az 5. ábrán látható speciális állványon két LCR graviméterrel végeztük 50, 700 és 1300 mm pontjel feletti magasságban. Az 5. táblázatban a két műszer mérési eredményeinek átlagát tüntettük fel pontonként. A mérési eredmények megbízhatóságát erősen rontotta az észlelések idején általában uralkodó változó erősségű szél (erősebben szeles időben végzett mérések megbízhatósági értékeit a táblázatban kiemeléssel jelöltük).

A mérési területre számított átlagos VG érték megközelelti a normálértéket (0.3086 mGal/m) és az egyes pontokra számított értékek néhány $\mu\text{Gal/m}$ értékkel különböznek csupán. Haalck (1950) eredeti elgondolása nyomán a hiányzó W_{zz} vertikális gradiens meghatározása is elvégezhető az Eötvös-inga méréseit felhasználva, mivel a potenciálfüggvény 3. deriváltjain keresztül megteremthető a kapcsolat a hiányzó és mért mennyiségek között az alábbi összefüggések szerint:

$$\begin{aligned} W_{zzx} &= -W_{\Delta x} - 2W_{xyy} \\ W_{zzy} &= W_{\Delta y} - 2W_{xyx} \\ W_{zzz} &= -W_{xzx} - W_{yzy} \end{aligned} \quad (5)$$

Figyelembe véve ismét a nemlineáris gradiens-változásokat, a terület digitális domborzatmodelljének segítségével elkészítettük a mérésekből előállítható gradiens és görbületi térképeket egy 50×50 m-es osztásközű rácsra. Ezek numerikus differenciálásával kiszámítottuk az (5) összefüggések jobb oldalait, és konstans z magasságban – a (Vassiliou 1986) által ismertett numerikus integrálással – a W_{zzx} , W_{zzy} -ből előállítottuk W_{zz} -t.

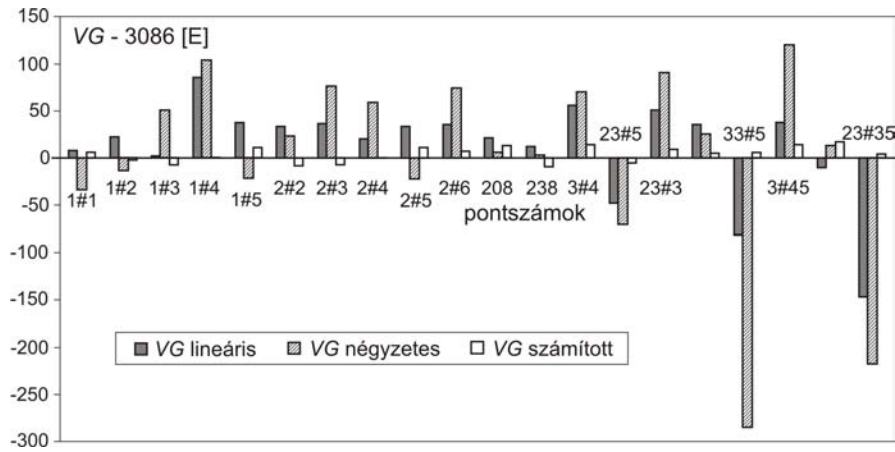
A 6. ábrán igen szemléletes formában összehasonlíthatjuk a VG mérésekből lineáris, illetve négyzetes modell alapján meghatározott, valamint az Eötvös-inga mérések felhasználásával számított VG értékeket.



5. ábra. Vertikális gradiens mérés a teszt területen

5. táblázat. VG mérések eredményei

pont	lineáris közelítés		másodfokú közelítés	
	VG mGal/m	μ_{VG}	VG mGal/m	μ_{VG}
1#1	-0.3078	± 0.041	-0.3120	± 0.041
1#2	-0.3064	± 0.008	-0.3099	± 0.005
1#3	-0.3084	± 0.011	-0.3035	± 0.006
1#4	-0.3001	± 0.005	-0.2982	± 0.003
1#5	-0.3048	± 0.013	-0.3107	± 0.006
2#2	-0.3053	± 0.008	-0.3063	± 0.005
2#3	-0.3049	± 0.009	-0.3010	± 0.005
2#4	-0.3066	± 0.006	-0.3027	± 0.002
2#5	-0.3053	± 0.012	-0.3109	± 0.006
2#6	-0.3050	± 0.017	-0.3012	± 0.009
3#4	-0.3030	± 0.012	-0.3016	± 0.009
E208 (3#5)	-0.3065	± 0.008	-0.3080	± 0.009
4#4	-0.3092	± 0.011	-0.3076	± 0.006
4#5	-0.3120	± 0.018	-0.3190	± 0.009
B502	-0.3189	± 0.012	-0.3202	± 0.007
E238	-0.3074	± 0.006	-0.3083	± 0.007
átlag:	-0.3062		-0.3067	



6. ábra. A mért és a számított VG értékek összehasonlítása

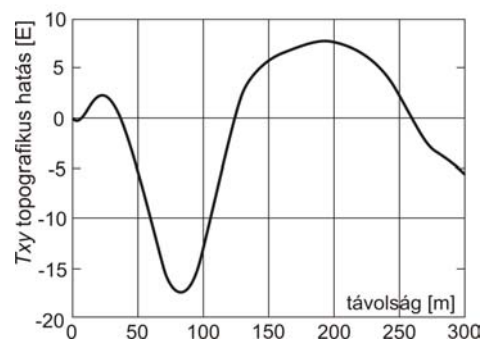
Az, hogy a számított értékek az $U_{zz}=-3086$ E normálértéknél jelentősen kisebbek, részben abból adódhat, hogy még 50 m-es távolságon sem tekinthető lineárisnak a gradiensek változása. Ezt a 7. ábrán láthatjuk, ahol a terepmodell T_{xy} gradiens változását mutatjuk be 5 m-es ponttávolsággal számolva. Ezért szeretnénk megismételni mind a nehézségi rendellenességek, mind a vertikális gradiensek interpolációját 5 m-es felbontású digitális domborzatmodellel és 5 m-es ponttávolsággal. Ezen kívül tervezzük a Haalck módszer alkalmazását közvetlenül a kétváltozós (u, v) frekvencia tartományban, mivel a deriváltak Fourier-transzformáltjának tulajdonságai, illetve a potenciálfüggvényre vonatkozó Laplace-egyenlet segítségével könnyen igazolható, hogy ott az alábbi analitikus kapcsolat áll fenn az ingamérések $FW_{\Delta}(u, v)$, $FW_{xy}(u, v)$ és a vertikális gradiens $FW_{zz}(u, v)$ Fourier transzformáltjai között:

$$FW_{zz}(u, v) = \frac{(u^2 - v^2) FW_{\Delta}(u, v) - 2uv 2FW_{xy}(u, v)}{u^2 + v^2} \quad (5)$$

Ez az összefüggés az első próbaszámításaink szerint a gyakorlatban is kedvező módon nyújthat majd lehetőséget a VG interpoláció elvégzésére, és egyben szépen mutatja az Eötvös-ingával mérhető görbületi értékek és a vertikális gradiensek igen szoros kapcsolatát.

5 Következtetések

A 2007-ben végzett Eötvös-inga mérések tapasztalatai alapján megállapítottuk, hogy a mérések megbízhatóságának növeléséhez jobb hőszigetelést biztosító észlelőházra van szükség. Ennek megfelelően a 8. ábrán látható korábbi észlelőházat átalakítottuk, a ház tetőlemeze fölé néhány cm távolságra egy második lemezt illesztettünk, és valamennyi oldalfalát hőszigetelő anyaggal vontuk be (9. ábra). Ezzel nagyobb hőstabilitást és az észlelőházban belül kisebb értékű vertikális hőmérsékleti gradienst sikerült biztosítanunk. A videokamerás műszerleolvasás előnye az eredeti fényképezési eljárással szemben az, hogy másodpercenként akár több kép is készíthető, így az inga finomabb mozgásának és a driftnek a részletes elemzése is megvalósítható – lásd pl.: 1. ábra (Laky 2009). A jelenlegi állapothoz képesti pontosságnövelés szükségessé teszi az eredeti automatikus észlelési lehetőség rekonstruálását, ami a jelenlegi technikai eszközökkel megvalósítható és reményeink szerint a közeli jövőben sikerül kiviteleznünk.



7. ábra. Topografikus hatás a távolság függvényében



8. ábra. A korábbi észlelőház



9. ábra. A javított hőszigeteléssel ellátott észlelőház

Köszönetnyilvánítás. A tanulmányban ismertetett munkákat a K60657 és a K76231 számú OTKA pályázat támogatásával végeztük. Ezúton köszönjük a makádi református egyházközség vezetője *Lakatos Enikő* segítségét, aki munkánk sikeréhez fontos információkkal és azzal járult hozzá, hogy lehetőséget biztosított berendezéseink makádi tárolásához. Köszönettel tartozunk továbbá a Geoservice Kft. munkatársainak, akik messzemenően alkalmazkodtak a geodéziai munkákkal kapcsolatos igényeinkhez.

Hivatkozások

- Csapó G** (1999): Effect of vertical gravity gradient on the accuracy of gravimeter measurements based on Hungarian data. *Geophysical Transactions*, 42(1-2), 67-81.
- Csapó G** (2006): Accuracy Tests of LCR Model G gravimeters. *Geophysical Transactions*, 47. (megjelenés alatt).
- Csapó G** (2007): Az E-54 típusú Eötvös-inga használati utasítása. ELGI kiadvány, 1-27.
- Haalck H** (1950): Die vollständige Berechnung örtlicher gravimetrischer Störefelder aus Drehwaagemessungen. *Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes Potsdam*, Nr. 4.
- Holstein H** (2003): Gravimagnetic anomaly formulas for polyhedra of spatially linear media. *Geophysics*, 68, 157-167.
- Laky S** (2009): E-54 típusú Eötvös-inga korszerűsítése. Technológiai jelentés, munkaközi változat, MTA-BME, Budapest.
- Tóth Gy** (2007): Vertikális gravitációs gradiens meghatározás Eötvös-inga mérések hálózatában. *Geomatikai Közlemények*, X, 29-36.
- Vassiliou A.A.** (1986): Numerical techniques for processing airborne gradiometer data, UCSE Report 20017, Dept. of Surv. Eng., University of Calgary, Calgary, Alberta.
- Völgyesi L** (2002): *Geofizika*, Tankönyvkiadó, Budapest.