

A nehézségi erőtér gradienseinek függőleges irányú változása



Dr. Völgyesi Lajos egyetemi docens
BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék,
MTA-BME Fizikai Geodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport



Ulmann Zita egyetemi hallgató
BME Építőmérnöki Kar

Bevezetés

A nehézségi erőtér gradienseinek magassági változásával kapcsolatos vizsgálatok több szempontból is fontosak. A gravimetriában részben a nehézségi gyorsulás méréseknek, részben az Eötvös-inga méréseknek a referencia szintre történő átszámításakor; másrészt például a GOCE műholdon tervezett gradiométerek kalibrációjához felhasználásra szánt Eötvös-inga mérések esetében. A vizsgálatokat kétféle tömegmodellen végeztük: az egyik a 2002. évi dunai árvíz tömegmodellje, a másik a Gellért-hegyen található víztározó medence modellje.

A nehézségi erőtér gradiensei

A valódi nehézségi erőtér W potenciáljának második deriváltjai egyetlen szimmetrikus tenzorba, az *Eötvös-féle tenzorba* foglalhatók:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix}.$$

(Az Eötvös-tenzorban szereplő mennyiségek mértékegysége $1ms^{-2}/m=1s^{-2}$. Korábban ennek 10^{-9} -szeresét használták és ezt EÖTVÖS Loránd tiszteletére 1 *Eötvösnek* nevezték ($1E = 10^{-9}s^{-2}$).

Valamely szintfelület tetszőlegesen kiválasztott környezetében minden irányban változik, vagy változhat a nehézségi gyorsulás. A helyi vízszintes síkban található egy olyan irány, amely mentén legnagyobb a változás. Ha ezen vízszintes s irány mentén képezzük a nehézségi gyorsulás differenciálhányadosát, akkor a vízszintes, vagy *nívófelületi gradienst* kapjuk. Ez vektormennyiség; iránya a legnagyobb változás vízszintes iránya. A nívófelületi gradiens a potenciállal kifejezve (ha z a függőleges irány):

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial s} = W_{zs}.$$

Ennek derékszögű összetevői:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial x} = W_{zx}; \quad \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial y} = W_{zy}.$$

Megállapodás szerint $+x$ az északi, $+y$ a keleti irány.

Ha a nehézségi gyorsulást a z függőleges irány szerint differenciáljuk, a nehézségi gyorsulás *függőleges (vertikális) gradiensét* kapjuk:

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = W_{zz}.$$

A vertikális gradiens a nehézségi gyorsulásnak a függőleges irányban mért távolságegységre eső megváltozását adja.

A nehézségi erő szintfelületei alakjának a gömbi szimmetriától tapasztalható eltérését az ún. görbületi eltéréssel lehet jellemezni. A *szintfelület görbületi eltérése* – vagy EÖTVÖS elnevezésével a horizontális irányítóképesség – nem más, mint a szintfelület valamely pontjában a legnagyobb és a legkisebb görbület különbségének és az illető pontban a nehézségi gyorsulásnak a szorzata (Völgyesi, 2002), mely az Eötvös-inga mérésekkel kifejezve:

$$R = \sqrt{W_{\Delta} - 4W_{xy}}$$

ahol

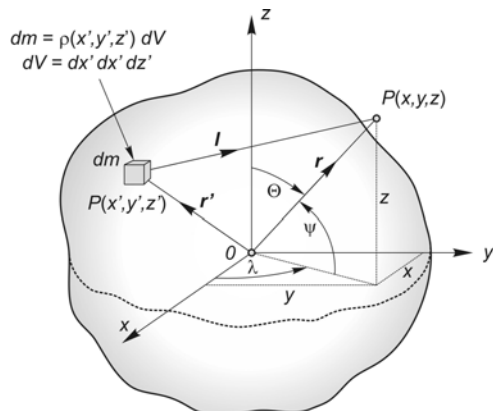
$$W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx}.$$

Az 1. ábrán látható tetszőleges alakú és sűrűségeloszlású tömeg esetében a tömegvonzási potenciál

$$V = k \iiint_{x' y' z'} \frac{\rho(x', y', z')}{[(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{3/2}} dx' dy' dz'$$

alakjából kiindulva (k a Newton-féle tömegvonzási állandó, ρ a tömegelem sűrűsége) a megfelelő koordináták szerinti differenciálással

az Eötvös-tenzor elemei elvileg egyszerűen előállíthatók. A gyakorlati számítások során különböző térfogatelemek választhatók, ezek közül legelőnyösebb a polihedron térfogatelemek alkalmazása. (Benedek, 2002). Vizsgálataink során a számításokhoz a Cerovský-féle Mod3D szoftvert használtuk, amely négyzet alapú polihedron térfogatelemeket alkalmazott (Cerovský et al, 2004).



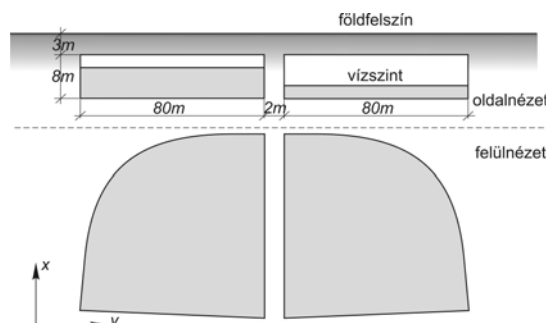
1. ábra. A tömegvonzás számítási modellje ($\rho(x', y', z')$ a sűrűségfüggvény, dV a térfogatelem)

A vizsgált tömegmodellek

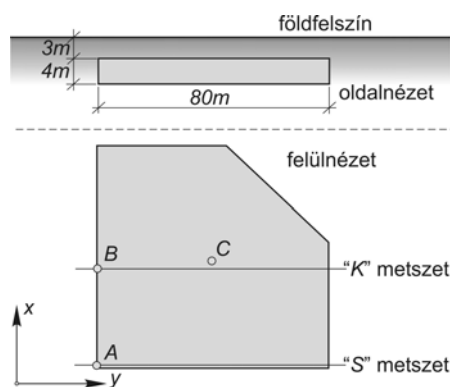
A 2. ábrán látható Gellért-hegyi víztározó a hegy DNy-i oldalán 3 méterrel a felszín alatt található (Csapó-Szabó-Völgyesi, 2003; Völgyesi-Tóth, 2004). Két szimmetrikus részből áll, amelyek majdnem negyedkör alakúak. Mindkét tároló medence 8 méter magasságú, az alapja 80×80 méteres négyzetben fér el, és a két feltározó egymástól 2 méter távolságra fekszik. Számításaink során csak az egyik feltározóval foglalkoztunk, amelyet a 3. ábrán látható levágott sarkú négyzettel modelleztünk. A tározóban lévő víztömeget 2.5×2.5 m négyzet alapú és 4 m magasságú tömegelemekre osztottuk majd ezek gravitációs hatását összegeztük. A gradiensek értékét a földfelszín felett különböző magasságokban olyan 32×32 pont kiterjedésű négyzetrács sarokpontjaira számítottuk, amely rácstávolsága mindkét irányban 2.5 m.

A Duna Műgyetem előtti, 2002. évi árvízi tömegének modellje a 4. ábrán látható (Csapó-Szabó-Völgyesi, 2003; Völgyesi-Tóth, 2004). A 420×630 m kiterjedésű tömegmodell olyan téglatest, amelynek a Műgyetem parti oldalán az M metszetben látható módon a partalakulatnak megfelelően a határoló felülete ferde sík. A Duna árvízi víztömeget 10×10 m négyzet alapú és 4 m magasságú tömegelemekre osztottuk

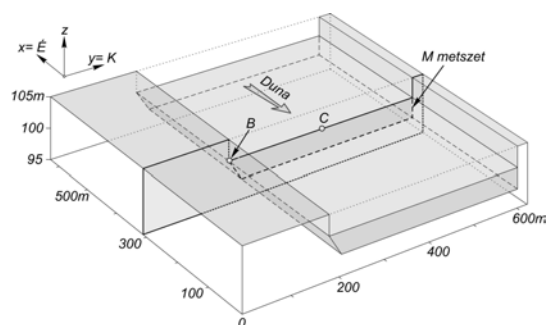
majd ezek gravitációs hatását összegeztük. A gradiensek értékét a földfelszín felett különböző magasságokban olyan 64×64 pont kiterjedésű négyzetrács sarokpontjaira számítottuk, amely rácstávolsága mindkét irányban 10 m.



2. ábra. A Gellért-hegyi víztározó medencék.



3. ábra. A Gellért-hegyi víztározó tömegmodellje.



4. ábra. A Duna árvíztömegének modellje.

A gradiensek számítására alkalmazott szoftver

Számításaink során a CEROVSKÝ által készített tetszőleges alakú és sűrűségeloszlású tömegek gravitációs hatásának számítására alkalmas Mod3D szoftvert használtuk (Cerovský et al, 2004). Alkalmazásával lehetséges az adott tömeg által keltett tömegvonzási erőter összetevőinek számítása és a teljes Eötvös-tenzor elemeinek meghatározása. A számítások során a szoftver az általunk megadott

felbontással a tömegelemek hatását összegezi. A tömegvonzási erő összetevői illetve a gradiensek kiszámított értékei különböző nézetben szemléltethetők.

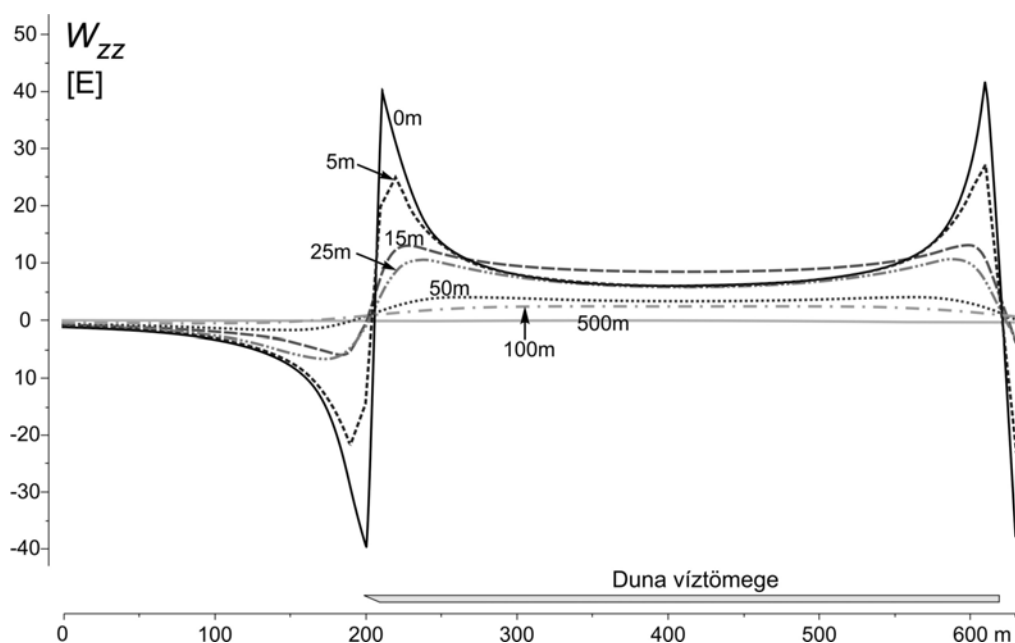
A számítások paraméterei

Mindkét tömegmodellünk esetén tíz különböző magasságban határoztuk meg az Eötvös-tenzor elemeit: a földfelszín felett 0, 5, 15, 30, 50, 75, 100, 200, 400, 600 és 1000 m magasságban. A magasságokat a földfelszín közelében sűrűbben vettük fel, hiszen itt a rövidebb hullámhosszú összetevők jobban érvényesülnek, és ezek változása a magassággal jelentősebb. A tömegmodellek által keltett tömegvonzási erőtér összetevőit és a gradienseket nem csupán a modellek felett számítottuk, hanem a hatást a tömegek mellett is vizsgáltuk. Mindkét tömegmodell

esetében a víz sűrűségét 1000 kg/m^3 értéknek tekintettük.

Számítási eredmények

A gravimetriában az egyik legizgalmasabb kérdés a vertikális gradiens magasságfüggése, ezért a vizsgálatainkat először erre koncentráltuk. Első lépésben előállítottuk a Duna-modell esetében a 64×64 pontból álló négyzetrács sarokpontjaiban kiszámított vertikális gradiens értékeket a földfelszín felett 0, 5, 15, 30, 50, 75, 100, 200, 400, 600 és 1000 m magasságban. Az 5. ábrán a Duna árvízi tömegének a 4. ábrán jelzett "M" metszetében látható vertikális gradiens értékek magasságfüggését vehetjük szemügyre.



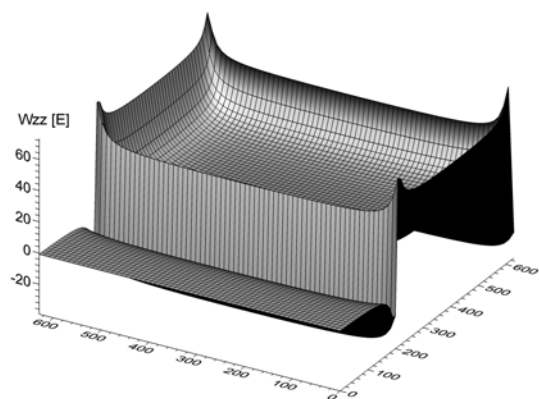
5. ábra. A vertikális gradiens magassági változása a Duna-modell "M" metszetében

Emellett a könnyű áttekinthetőség és szemléletesség kedvéért megszerkesztettük az azonos W_{zz} értékű felületek ábráit is a 0, 10, 100, 500 és az 1000 m magasságokban; amelyek rendre a 6. 7. 8. 9. és a 10. ábrán láthatók. Az ábrákon jól kivehető, hogy 40-50 m magasság közelében tapasztalható egy fordulópont, ahol a felületek alakjának jellege alapvetően megváltozik, a 6. és a 7. ábrán a kisebb magasságokat jellemző *peremhatás* a nagyobb magasságokban teljesen eltűnik. Ez a peremhatás igen jelentős, a Duna partján a vertikális gradiensnek a víz tömege által okozott változása közvetlenül a modell széle mellett több mint 40 E ($1 \text{ E} = 1 \text{ Eötvös egység} = 10^{-9} \text{ 1/s}^2$). A Duna modell esetében a 6. és a 7. ábrán, a sarokpontokban látható kiugróan nagy gradiens értékeknek nincs jelentősége, ez kizárólag az általunk vá-

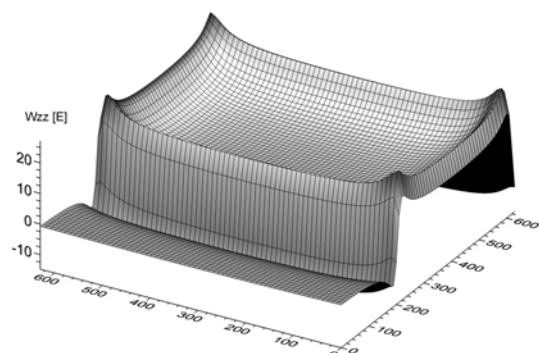
lasztott modell sajátossága, ugyanis a számításaink során a folyó víztömegének csak egy 620 m hosszúságú szakaszát vettük figyelembe és így a Duna folyásirányába eső peremhatásnak nincs valódi jelentése.

Megfigyelhető az ábrákon, hogy a legnagyobb vertikális gradiens értékek a magasság növekedésével a modell szélétől a középpont felé tolnak, miközben a peremhatás gyors csökkenésével a görbék alakja is megváltozik. Megállapítható továbbá, hogy a modell középpontja feletti gradiens értékek nem csökkennek olyan markánsan, mint a széleken. A 8, 9, és a 10. ábrán látható, hogy 100 m magasság felett a Duna partja feletti peremhatás már gyakorlatilag nem mutatható ki. A Duna 4 m magasságú árvízi tömegének hatása a vertikális gradiens változására 500 m magasság felett mindenütt 1

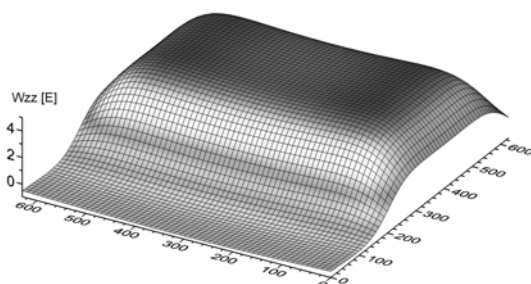
E érték alatt marad, ami egy Eötvös-ingával megegyező érzékenységű gradiométerrel sem lenne kimutatható.



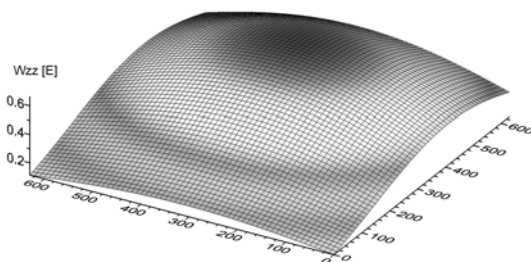
6. ábra: A vertikális gradiens értékek eloszlása 0 m magasságban a Duna-modell felett



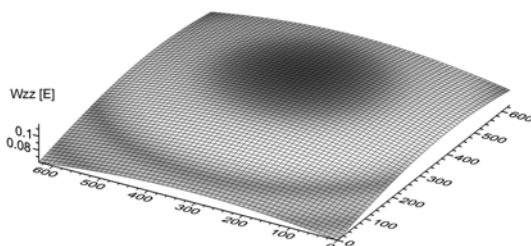
7. ábra: A vertikális gradiens értékek eloszlása 10 m magasságban a Duna-modell felett



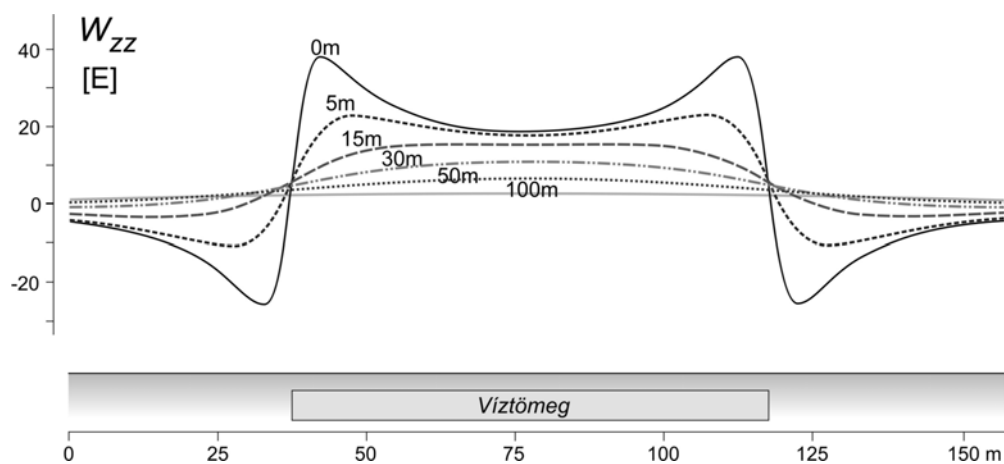
8. ábra: A vertikális gradiens értékek eloszlása 100 m magasságban a Duna-modell felett



9. ábra: A vertikális gradiens értékek eloszlása 500 m magasságban a Duna-modell felett



10. ábra: A vertikális gradiens értékek eloszlása 1000 m magasságban a Duna-modell felett



11. ábra: A vertikális gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell "K" metszetében

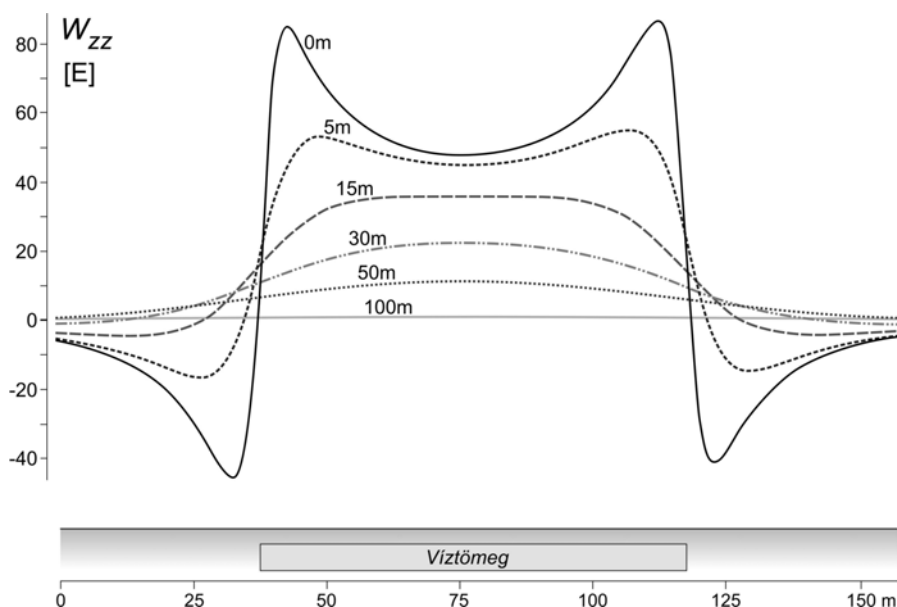
A Gellért-hegyi tömegmodell esetében pontosan ugyanez figyelhető meg, a különbség mindössze annyi, hogy ennél a tömegmodellnél a peremhatás már kb. 15 m magasságban eltűnik, ellentétben a Duna modellel, ahol ez a magasság kb. 50 méter. Az azonos W_{zz} értékű felületek alakjának jellege egyébként nagyjából

azonos. Ezt a 11. ábráról olvashatjuk le, amely a Gellért-hegyi tömegmodell "K" metszete feletti vertikális gradiens változásokat mutatja a magasság függvényében, 0, 5, 15, 30, 50 és 100 m magasságokban. Jól látható a modell szélén a már tárgyalt peremhatás csökkenése, és a maximum értékek folyamatos eltolódása

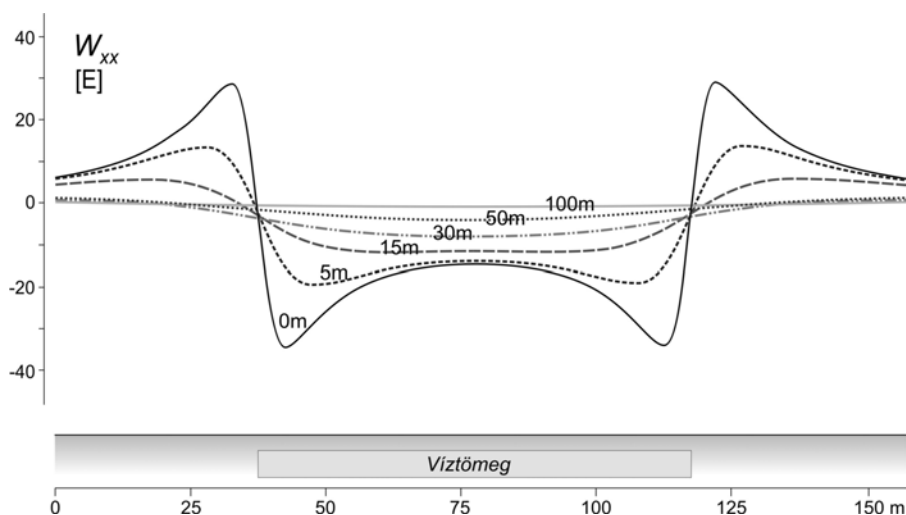
tömeg középpontja felé a magasság emelkedésével. 100 m magasság felett a vertikális gradiensek változása olyan kicsi, hogy az adott ábrázolási pontosság mellett ezeket a görbéket a 11. ábrán már nem volt értelme feltüntetni.

Természetesen a vertikális gradiensek mellett több szempontból izgalmas és érdekes kérdés az Eötvös-tenzor további elemeinek magasságfüggése is, ezért ezek változását is vizsgáltuk a magasság függvényében. Amint az 5. 6. 7. és a 11. ábrán a vertikális gradiensek esetében látható, a legnagyobb változások a tömegmodellek sarokpontjaiban tapasztalhatók, az ún. *kettős peremhatás* következtében. Ennek megfelelően a további vizsgálatainkat a Gellért-hegyi tömegmodell 3. ábrán látható „S” metszetére koncentráltuk. A 12. ábrán a W_{zz} , 13. ábrán a W_{xx} , a 14. ábrán a W_{yy} a 15. ábrán a W_{zx} és a 16. ábrán a W_{zy} gradiensek magassági változása látható. A W_{yy} gradiens magassági

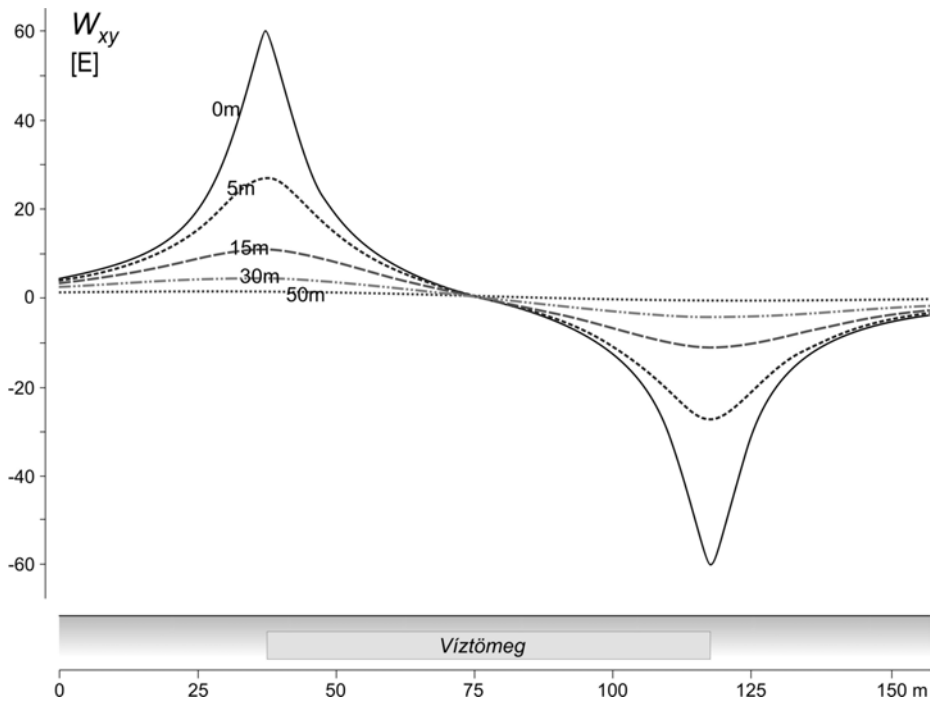
változását nem ábrázoltuk, hiszen ez a tömegmodellnek a koordináta-rendszerhez viszonyított helyzete miatt a modell „S” metszetében mindenütt zérus. Ismételten ábrázoltuk viszont vertikális gradiens magassági változást, mivel ennek lefutása a modell „K” és „S” metszetében eltérő. A korábbi 11. ábrán a „K” metszetben, a modell középvonala közelében, a 12. ábrán viszont az „S” metszetben, a modell széle felett látható a W_{zz} változása a magassággal. Megállapítható, hogy a két metszetben a görbék lefutása azonos, viszont a modell széle felett a peremhatás következtében a vertikális gradiensek értéke közel duplája a középvonalon számítható értékeknek, és ugyanitt a csökkenés is közel kétszerese a középvonal mentén tapasztalható csökkenés mértékének. Egyszerűbben fogalmazva az „S” metszetben számított görbék a „K” metszetbeli görbék közel kétszeres nagyságaként képzelhetők el.



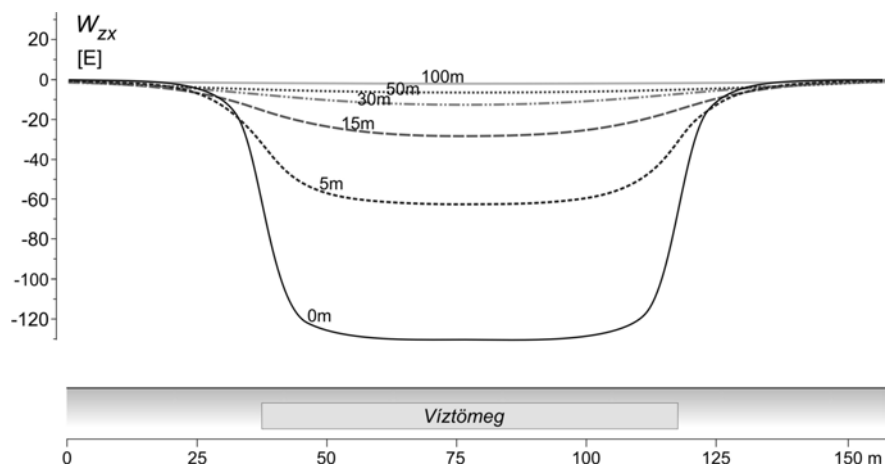
12. ábra. A vertikális gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „S” metszetében



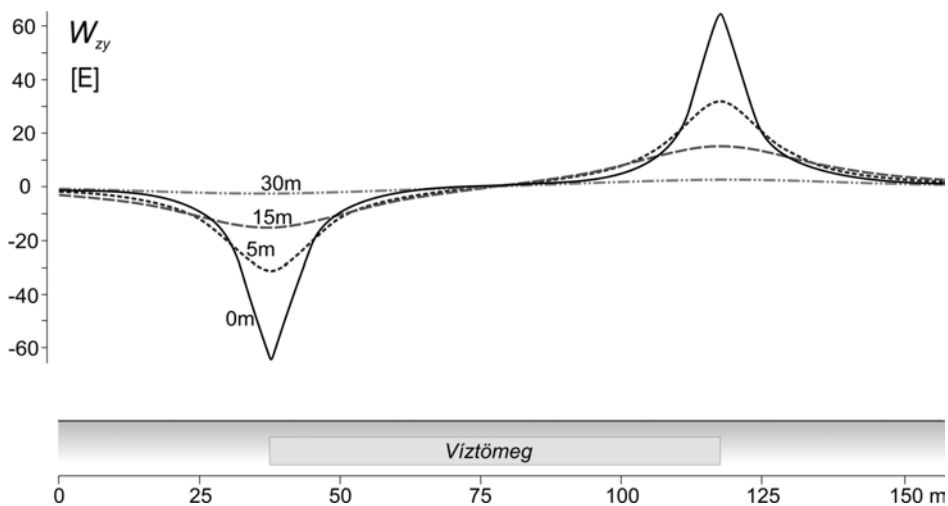
13. ábra. A W_{xx} gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „S” metszetében



14. ábra. A W_{xy} gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell "S" metszetében



15. ábra. A W_{zx} gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell "S" metszetében



16. ábra. A W_{zy} gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell "S" metszetében

A változások kihangsúlyozása és a könnyebb összehasonlíthatóság céljából táblázatos és grafikus formában összefoglalva is szemléltettük az Eötvös-tenzor elemeinek térbeli változását a Duna és a Gellért-hegyi víztömeg modelljére vonatkozóan.

Először a két tömegmodell középpontja felett számítható gradiens értékek változásait tudjuk összehasonlítani az 1. és a 2. táblázat adatai, illetve a 17. és a 18. ábra görbéi alapján. A 3. táblázat és a 19. ábra alapján a Gellért-hegyi tömegmodell sarokpontja feletti gradiens változását tudjuk összehasonlítani. Ezen a helyen tapasztalhatók a legnagyobb változások a kettős peremhatás következtében. A Duna árvízi tömegének modelljénél ezt a sarokpont feletti hatást nem vizsgáltuk, mivel a valóságban a Duna víztömege esetében ilyen sarokpont nincs és emiatt a kettős peremhatás sem lép fel. Végül a 4. és az 5. táblázat adatai, illetve a 21. és a 21. ábra görbéi alapján a két tömegmodell középső metszetének szélső pontja felett számítható gradiens értékek változásait tudjuk összehasonlítani.

Mivel az eddigiekben a vertikális gradiens változásaival foglalkoztunk bővebben, a továbbiakban az egyéb gradiensre vonatkozóan csupán néhány érdekesebb jelenségre szeretnénk irányítani a figyelmet.

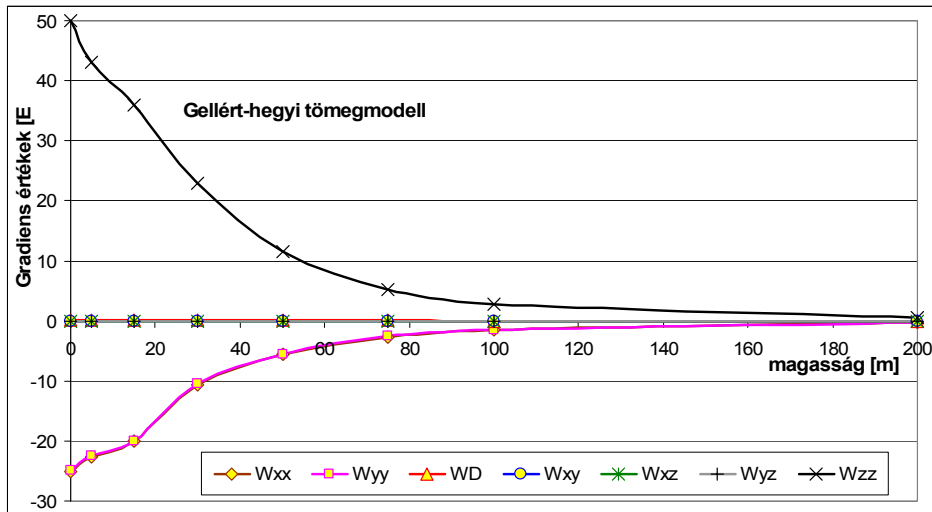
A W_{xx} gradiens esetében az értékek jóval lassabb csökkenését tapasztalhatjuk, azonban a modell szélénél a már említett peremhatás szintén megfigyelhető. A metszetgörbék alakja kis magasságban "H" betűre, míg 100 m magasságtól egy fordított haranggörbére emlékeztetnek. A minimális érték a modell szélétől kezdve a magasság növekedésével a középpont felé tolódik el, míg a maximum a modell környezetében fokozatosan eltűnik. A modell felett minden magasságban negatív értékeket kapunk, ezek abszolút értékbeli nagysága a kisebb magasságokban, a peremen nagyjából egyezik a vertikális gradiennel, a középpont felett azonban csak fele akkora értékeket kapunk. Nagyobb magasságban a peremhatás a W_{zz} értékekhez képest sokkal gyorsabban lecsökken.

1. táblázat. Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Gellért-hegyi tömegmodell esetében a 3. ábrán látható "C" geometriai középpont felett Eötvös egységben

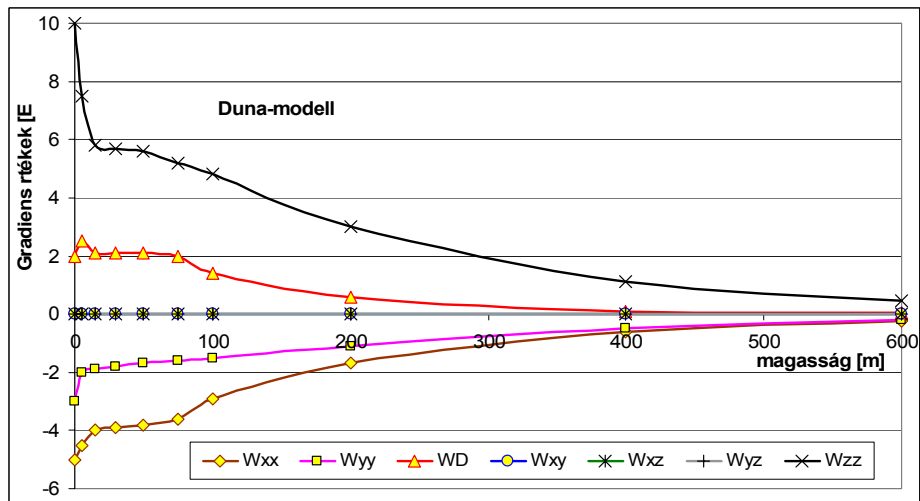
Magasság [m]	W_{xx}	W_{yy}	W_{Δ}	W_{xy}	W_{xz}	W_{yz}	W_{zz}
0	-25.1	-25	0.1	0	0	0	50
5	-22.6	-22.5	0.1	0	0	0	43
15	-20.1	-20	0.1	0	0	0	36
30	-10.6	-10.5	0.1	0	0	0	23
50	-5.6	-5.5	0.1	0	0	0	11.5
75	-2.7	-2.6	0.1	0	0	0	5.3
100	-1.4	-1.4	0	0	0	0	2.8
200	-0.2	-0.2	0	0	0	0	0.5
400	-0.03	-0.03	0	0	0	0	0.06
600	-0.009	-0.009	0	0	0	0	0.02
1000	-0.002	-0.002	0	0	0	0	0.004

2. táblázat. Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Duna tömegmodellje esetében a 4. ábrán látható "C" geometriai középpont felett Eötvös egységben

Magasság [m]	W_{xx}	W_{yy}	W_{Δ}	W_{xy}	W_{xz}	W_{yz}	W_{zz}
0	-5	-3	2	0	0	0	10
5	-4.5	-2	2.5	0	0	0	7.5
15	-4	-1.9	2.1	0	0	0	5.8
30	-3.9	-1.8	2.1	0	0	0	5.7
50	-3.8	-1.7	2.1	0	0	0	5.6
75	-3.6	-1.6	2	0	0	0	5.2
100	-2.9	-1.5	1.4	0	0	0	4.8
200	-1.7	-1.1	0.6	0	0	0	3
400	-0.6	-0.5	0.1	0	0	0	1.1
600	-0.25	-0.2	0.05	0	0	0	0.4
1000	-0.06	-0.06	0.003	0	0	0	0.1



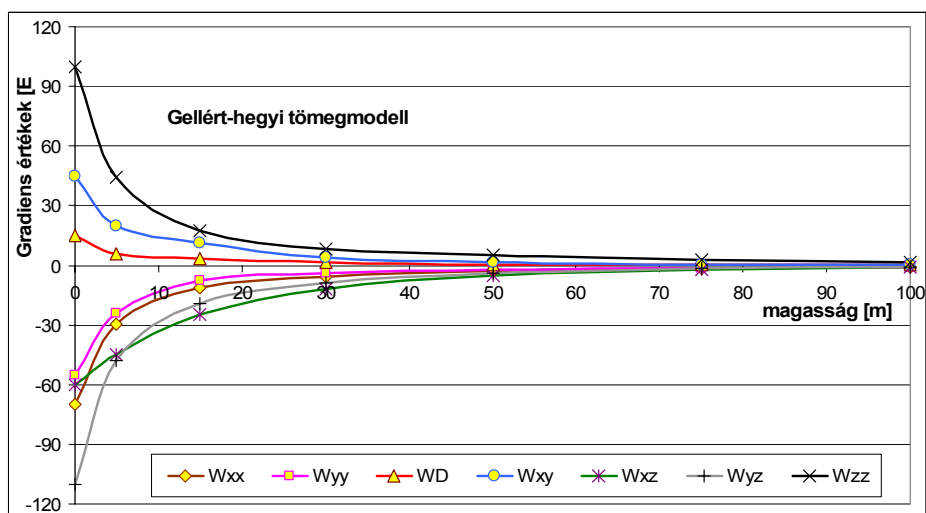
17. ábra. Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Gellért-hegyi tömegmodell közepső "C" pontja felett.



18. ábra. Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Duna-modell közepső "C" pontja felett.

3. táblázat. Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Gellért-hegyi tömegmodell esetében a 3. ábrán látható "A" sarokpont felett Eötvös egységben

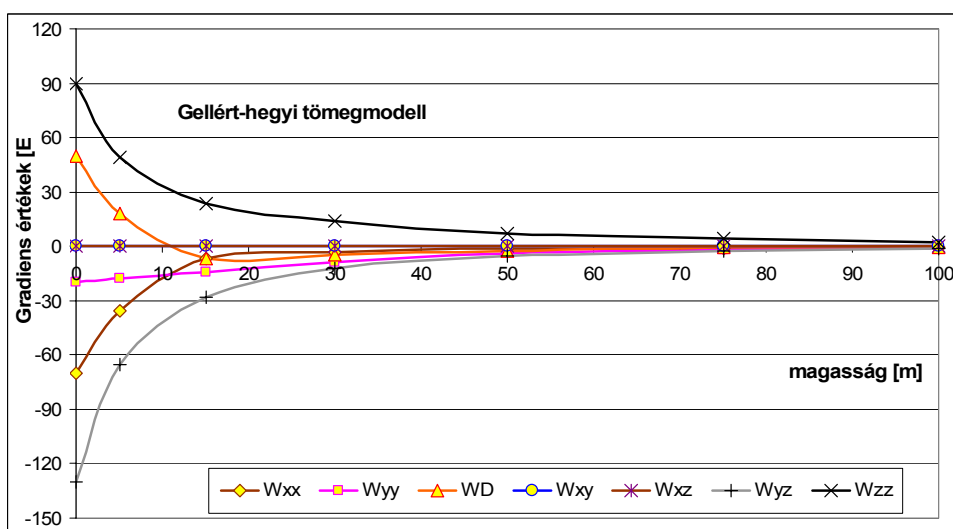
Magasság [m]	W_{xx}	W_{yy}	W_{Δ}	W_{xy}	W_{xz}	W_{yz}	W_{zz}
0	-70	-55	15	45	-60	-110	100
5	-29.5	-24	5.5	20	-45	-48	44
15	-11	-7.5	3.5	11	-25	-19	17.5
30	-5.5	-4	1.5	4.2	-12	-9	8.5
50	-3	-2.4	0.6	1.6	-4.9	-3.8	5
75	-1.7	-1.4	0.2	0.6	-1.9	-1.7	2.8
100	-0.9	-0.9	0.08	0.2	-0.8	-0.8	1.8
200	-0.2	-0.2	0.009	0.02	-0.09	-0.09	0.4
400	-0.03	-0.03	0.000	0.000	-0.007	-0.008	0.06
600	-0.01	-0.009	0.000	0.000	-0.001	-0.002	0.02
1000	-0.002	-0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004



19. ábra. Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Gellért-hegyi tömegmodell esetén, az "A" sarokpont felett.

4. táblázat. Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Gellért-hegyi tömegmodell esetében a 3. ábrán látható "B" pont felett Eötvös egységben

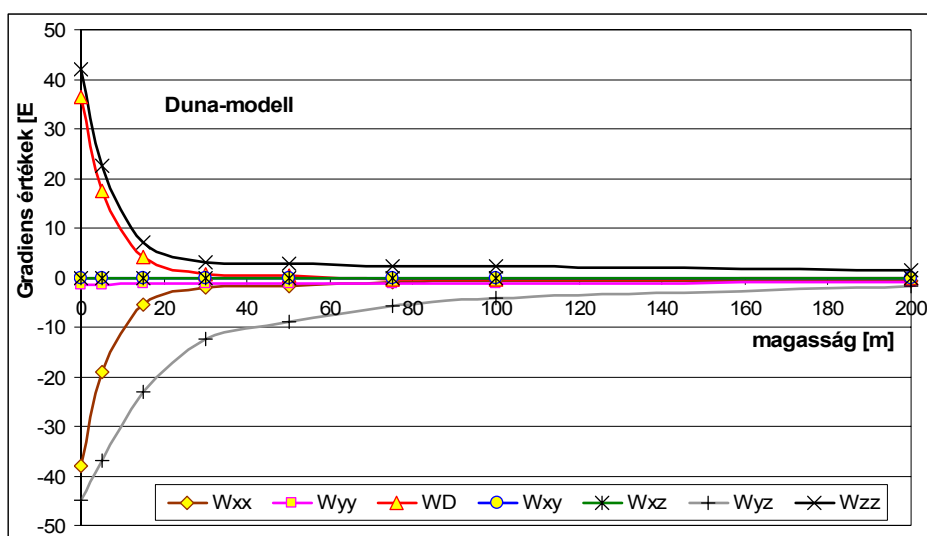
Magasság [m]	W_{xx}	W_{yy}	W_{Δ}	W_{xy}	W_{xz}	W_{yz}	W_{zz}
0	-70	-20	50	0	0	-130	90
5	-36	-18	18	0	0	-65	49
15	-7	-14	-7	0	0	-28	23.5
30	-3.5	-8.5	-5	0	0	-12.5	14
50	-1.5	-4.2	-2.7	0	0	-5.5	7
75	-1.4	-2.1	-0.7	0	0	-2.5	4
100	-0.9	-1.1	-0.3	0	0	-1.1	2.1
200	-0.2	-0.2	-0.01	0	0	-0.1	0.4
400	-0.03	-0.03	-0.008	0	0	-0.008	0.06
600	-0.008	-0.009	-0.004	0	0	-0.002	0.02
1000	-0.002	-0.002	-0.000	0	0	-0.000	0.004



20. ábra. Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Gellért-hegyi tömegmodell „K” metszetében a modell szélén lévő „B” pont felett.

5. táblázat. Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Duna tömegmodellje esetében a 4. ábrán látható „B” pont felett Eötvös egységben

Magasság [m]	W_{xx}	W_{yy}	W_{Δ}	W_{xy}	W_{xz}	W_{yz}	W_{zz}
0	-38	-1.5	36.5	0	0	-45	42
5	-19	-1.5	17.5	0	0	-37	22
15	-5.5	-1.3	4.2	0	0	-23	7
30	-2	-1.3	0.7	0	0	-12	3
50	-1.6	-1.2	0.4	0	0	-8.8	2.8
75	-0.8	-1.15	-0.35	0	0	-5.8	2.4
100	-0.75	-1.1	-0.35	0	0	-4.2	2.3
200	-0.6	-0.85	-0.25	0	0	-1.7	1.4
400	-0.3	-0.38	-0.08	0	0	-0.4	0.7
600	-0.15	-0.18	-0.03	0	0	-0.1	0.3
1000	-0.053	-0.054	-0.001	0	0	-0.03	0.1



21. ábra. Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Duna-modell „M” metszetében a modell szélén lévő „B” pont felett.

A W_{yy} értéke a modell középpontja felett alig változik, a görbe alakjában sincs jelentős változás. A peremen a W_{xx} -szel átellenes oldalon található a minimum, és a nagyobb változás is.

A W_{xy} görbületi mennyiségnek és a W_{xz} , W_{yz} horizontális gradienseknek a tömegmodellek középpontja felett számított értéke nulla, tehát az értékük a magasság függvényében változatlan. Azonban, ha a tömegmodellek szélét vizsgáljuk, kiderül, hogy a W_{xz} és W_{yz} értéke is függ a magasságtól, adott modell két szemközti szélén ugyanakkora nagyságú értékeket olvashatunk le, de a változás ellentétes irányú (ahol pl. a W_{xz} értéke nulla, ott van a W_{yz} maximuma/minimuma, és fordítva).

Érdekes összehasonlítani, hogyan változnak a gradiensek a modellek középpontja, és széle felett különböző magasságokban. A tapasztalat szerint a modellek középpontja felett a gradiensek változása a nagyobb magasságok-

ban is érvényesül, ugyanakkor a peremek közelében és a sarkok felett figyelhetők meg a legjelentősebb változások (csökkenések).

A 17. és a 18. ábrán a teljes Eötvös-tenzor elemeinek változása látható a magasság függvényében a Gellért-hegyi és a Duna árvízi tömegmodelljére a tömegek középpontja felett. Amint az a szimmetria miatt várható, a W_{xy} , W_{xz} és a W_{yz} gradiensek nem változnak, az értékük minden magasságban zérus. Legjelentősebben a W_{zz} vertikális gradiens és valamivel kisebb mértékben a W_{xx} , W_{yy} illetve a W_{Δ} értékek változnak. A legjelentősebb különbség a két modell között, hogy a kisebb vízszintes kiterjedésű de ugyanakkora sűrűségű Gellért-hegyi modell felett – az egymáshoz közelebbi szélek jobban érvényesülő peremhatása miatt – a lényegesen nagyobb gradiensek sokkal markánsabban csökkennek a magassággal.

A W_{xx} és W_{yy} és a W_{Δ} értékeinek alakulásában jól tükröződik a két modell vízszintes kiterjedése közötti különbség. A Gellért-hegyi modell esetén az alacsonyabb magasságokban például a W_{xx} és W_{yy} értékek majdnem egyformák, 50 m-es magasságtól az eltérés pedig a modell szimmetrikusságából adódóan már gyakorlatilag kimutathatatlan.

Összefoglalás

A vizsgálatainkból leszűrhető legfontosabb következtetések:

1. A nehézségi erőter gradienseinek legnagyobb változása az oldalirányú sűrűség-inhomogenitások (a vizsgált tömegmodellek széle) felett a földfelszínen és a földfelszín közvetlen közelében tapasztalható, ami a magasság növekedésével igen gyorsan lecsökken. Ez a graviméteres és gradiométeres (Eötvös-inga) mérések szempontjából fontos megállapítás.

2. A jelenleg rendelkezésre álló műszerek érzékenysége szintjén 50-100 m magasságban a gradiensekben a peremhatás gyakorlatilag már nem érzékelhető.

3. A vizsgált tömegmodelljeink középpontja felett nagyobb kiterjedésű tömegek esetén, amelyeknél már kevésbé érvényesül a peremhatás, a gradiensek változása a magassággal lassabb, ezért a sűrűség-inhomogenitásoknak köszönhető gradiensek változása viszonylag nagyobb magasságban is érzékelhető. Ugyanakkor a jelenleg rendelkezésre álló mérési technika érzékenysége szintjén néhány 100 m magasságban az Eötvös-tenzor egyetlen elemének a változása sem kimutatható. Ennek a megállapításnak a tervezett GOCE műhold gradiométereinek kalibrálása esetén a nagyszágrendi tájékozódáskor érezhető a jelentősége.

4. A gravimetriában különösen fontos a vertikális gradiens magasságfüggése. Vizsgálataink alapján komolyan valószínűsíthető, hogy a vertikális gradiens értékek eltérése az ismert normálértéktől helyi hatások következménye. Az ok leginkább a közvetlen felszínközeli sűrűség-inhomogenitásokban kereshető.

IRODALOM

Benedek J (2002): Polihedron térfogatelem alkalmazása a nehézségi erőter paramétereinek

kiszámításában. Geomatika Közlemények, V, pp. 191-206.

Cerovský I, Meurers B, Pohánka V, Frisch W, Goga B (2004): Gravity and magnetic 3D modeling software - Mod3D, in Meurers, B. and Pail, R. (eds): Proc. 1st Workshop on Int. Gravity Field Research, Österr. Beitr. Met. Geoph., pp. 163-168.

Csapó G, Szabó Z, Völgyesi L (2003): Changes of gravity influenced by water level fluctuations based on measurements, and model computations. Reports on Geodesy, Warsaw University of Technology, Vol. 64, Nr. 1, pp. 143-153.

Ulmann Z (2006): A nehézségi erőter gradienseinek változása a magasság függvényében. TDK dolgozat, BME Építőmérnöki Kar.

Völgyesi L (2002): Geofizika. Tankönyvkiadó, Budapest.

Völgyesi L, Tóth Gy. (2004) Modelling gravity gradient variation due to water mass fluctuations. Gravity, Geoid and Space Missions GGSM 2004. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York; Series: IAG Symposia, Vol. 129. pp.364-368.

Height variation of gravity gradients

Völgyesi L, Ulmann Z.

Summary

Variation of gravity gradients in different heights is discussed in this paper. At first a short introduction is presented about the gravity gradients and elements of Eötvös-tensor, than the principle of computation of gravity gradients is summarized. Elements of the full gravity gradient tensor changes were computed on a regular grid for two models (one of them is the water mass of the Danube river in Budapest during the great flood in 2002; other is the water mass of an urban water reservoir on Gellért-hill). Gravity gradients were computed on 10 different heights above the models by the software Mod3D. The gravity gradients change on height was found to be very sensitive to the actual distance of the point from the Earth's surface.

* * *

Völgyesi L, Ultman Z (2007): A nehézségi erőter gradienseinek függőleges irányú változása. Geodézia és Kartográfia, Vol. 59, Nr. 8-9, pp 11-23.

Dr. Lajos VÖLGYESI, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics, H-1521 Budapest, Hungary, Műegyetem rkp. 3.
Web: <http://sci.fgt.bme.hu/volgyesi> E-mail: volgyesi@eik.bme.hu