

5.4 A nehézségi rendellenességek

A Föld nehézségi erőtere az inhomogén sűrűségeloszlás miatt meglehetősen bonyolult szerkezetű; mind a nehézségi gyorsulás; mind a potenciál a térben jelentősen változik. A változás legcélszerűbben úgy jellemezhető, hogy a valódi, mért nehézségi erőteret összehasonlítjuk a Föld elméleti, vagy normál nehézségi erőterével. A nehézségi gyorsulás valódi, mérhető g értékének és a γ normál nehézségi gyorsulásnak a

$$\Delta g = g - \gamma \quad (5.19)$$

különbségét *nehézségi rendellenességnek*, vagy *gravitációs anomáliának*; a W valódi- és az U normálpotenciál

$$T = W - U \quad (5.20)$$

különbségét pedig *potenciálzavarnak* nevezzük. A potenciálzavar geodéziai felhasználásával a fizikai geodézia foglalkozik, ezért ezzel a továbbiakban nem foglalkozunk. A különféle módon számított nehézségi rendellenességeknek a felsőgeodéziában és a geofizikában igen fontos szerepe van, mivel egyrészt ezek felhasználásával meghatározható a Föld elméleti alakja, másrészt ezekből a felszín alatti tömegeloszlásokra, illetve a Föld belső felépítésére következtethetünk.

5.4.1 A normál nehézségi erőter

Válasszunk ki, és gondolatban töltsünk meg anyaggal olyan, viszonylag egyszerű geometriai alakzatot, amely jól megközelíti a Föld elméleti alakját. Az így kialakított test az alakjának és a tömegének megfelelő tömegvonzási erőterrel rendelkezik. Ha a felvett test tömege megegyezik a Föld M_F össztömegével, méretei a Föld méreteit jól megközelítik és a Föld egyenletesnek tekintett ω_F forgási szögsebességével saját főtengelyi tengelye körül forog, akkor a felszínén és a külső terében a Földéhez hasonló, ezt jól megközelítő nehézségi erőter keletkezik. Az így létesített elméleti nehézségi erőteret használjuk viszonyítási alapnak a Föld valóságos nehézségi erőterének vizsgálata-

kor és ezt *normál nehézségi erőternek* a potenciálját pedig *normálpotenciálnak* nevez-
zük. (A normál nehézségi gyorsulást γ -val, a normálpotenciált U -val jelöljük.) Ha a fel-
vett testet határoló felület a normál nehézségi erőter potenciáljának egy szintfelülete (az
ún. alapszintfelülete) akkor ezt a *Föld normálalakjának* nevezzük. Gyakorlati okokból
mindig arra törekszünk, hogy mind a normál nehézségi erőter, mind ennek alap-
szintfelülete matematikailag viszonylag egyszerű összefüggésekkel legyen leírható.
Geodéziai alapfelületként célszerűen vagy az így fizikailag meghatározott és anyaghoz
kötött normálalakot, vagy az ezzel egyenlő tengelyhosszúságú forgási ellipszoidot hasz-
náljuk – amennyiben a kettő nem esik egybe. Miután ily módon a Föld normálalakjának
és ezzel a normál nehézségi erőternek a felvétele bizonyos fokig önkényes, ennek többfé-
le módszere alakult ki [15] amikre itt most nem térünk ki.

Sorfejtéssel az első tagokra szorítkozva a normál nehézségi gyorsulás a kiválaszt-
ott alapfelületen a

$$\gamma = \gamma_e(1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta_1 \sin^2 2\varphi + \dots) \quad (5.21)$$

alakban fejezhető ki; tehát a normál nehézségi gyorsulás a γ_e , β és β_1 állandók mellett
csak a φ földrajzi szélesség függvénye. Az (5.21) összefüggésbe $\varphi = 0^\circ$ illetve $\varphi = 90^\circ$
értéket helyettesítve megkapjuk a γ_e és a β jelentését. Így γ_e a normál nehézségi gyor-
sulás egyenlítői értéke, míg

$$\beta = \frac{\gamma_p - \gamma_e}{\gamma_e}$$

az ún. nehézségi lapultság (γ_p a sarki nehézségi gyorsulás). A β_1 -nek nincs ilyen szem-
léletes jelentése; levezethető azonban, hogy $\beta_1 = \beta_1(a, b, \omega_F, \gamma_e, kM_F)$ azaz β_1 értéke
az ellipszoid a és b fél nagy- illetve kistengelyének, az ω_F a Föld forgási szögsebes-
ségének, a γ_e valamint a kM_F geocentrikus gravitációs állandónak a függvénye [47].

1930-ban Stockholmban a Nemzetközi Geodéziai Szövetség közgyűlése
CASSINIS

$$\gamma = 9.780490 \left(1 + 0.0052884 \sin^2 \varphi - 0.0000059 \sin^2 2\varphi \right) \quad (5.22)$$

képletét ajánlotta nemzetközi normálképlet céljára, melyben az együtthatók számértékét
egyrészt a Föld különböző helyein végzett nehézségi gyorsulás mérések eredményeiből,
másrészt a szintellipszoid összefüggéseiből [47] határozták meg az $a = 6378388 \text{ m}$ és az
 $\alpha = 1/297.0$ paraméterekkel rendelkező ellipszoidra vonatkozóan.

A mesterséges holdak méréseit is figyelembe véve újabban meghatározott, majd
1967-ben elfogadott és ajánlott nemzetközi normálképlet:

$$\gamma = 9.780318 \left(1 + 0.0053024 \sin^2 \varphi - 0.0000059 \sin^2 2\varphi \right) \quad (5.23)$$

amely a nehézségi gyorsulás normálértékét az *IUGG-67*-es referencia ellipszoidra ($a = 6378160 \text{ m}$, $\alpha = 1/298.247$) vonatkozóan adja meg m/s^2 egységben.

A normál nehézségi erőtér nem csak a nehézségi gyorsulás normálképletével, hanem a normálpotenciál függvényével is megadható.

Forgásszimmetrikus tömegeloszlású Föld feltételezése esetén a tömegvonzási erőtér potenciálja az (5.8)-hoz hasonló formában írható, azonban a forgási szimmetria miatt hiányoznak a λ -tól függő tagok. Ebben az esetben (ha a vizsgált pont a Föld forgásában is részt vesz) a nehézségi erőtér potenciálja :

$$U = \frac{kM}{\ell} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \psi) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \psi \quad (5.24)$$

Mivel ezzel az összefüggéssel számított potenciálérték a tömegeloszlásra vonatkozó egyszerűsítő feltételezés miatt még akkor sem lehet azonos a nehézségi erőtér valódi W potenciálértékével, ha a sornak végtelen sok tagját számítjuk ki, ezért az (5.24) összefüggéssel számítható értéket a W helyett U -val jelöljük.

Az U -áll. potenciálértékű felületeket *szferoidoknak* (*szintzferoidoknak*) nevezzük. A szintzferoidok a nehézségi erőtér részletes vizsgálatában fontos szerepet töltenek be, mert éppen ezekre támaszkodva, a T potenciálzavar (5.20) szerinti kiszámításával tudjuk a tényleges nehézségi erőtér W potenciáljának szintfelületeit meghatározni.

Rendszerint az U függvény (5.24) végtelen sorából csak véges k számú egyenlítői szimmetriás tagot veszünk figyelembe – ennek megfelelően az $U = \text{áll.}$ potenciálértékű szintfelületeket k -ad fokú szintzferoidoknak nevezzük. A gyakorlatban a legegyszerűbb eseteket: a $k=2$ másodfokú, vagy a $k=4$ negyedfokú (*Clairaut*-, illetve *Helmert-féle*) szintzferoidokat használjuk [15].

5.4.2 A nehézségi gyorsulás mérések redukciói

A Föld felszínén közvetlenül mérhető és a geoidra (a tengerszintre) átszámított nehézségi gyorsulás értékek többé-kevésbé eltérnek a nehézségi gyorsulás normális értékétől. A valódi és a normál nehézségi gyorsulás (5.19) szerint értelmezett eltérését nehézségi (vagy gravitációs) rendellenességeknek (anomáliáknak) nevezzük. Valójában a *gravitációs rendellenesség* találóbb elnevezés, mivel az (5.19) jobb oldalán levő mindkét mennyiség ugyanazt a centrifugális tagot tartalmazza, így ez a kivonás során kiesik, tehát a maradékban már csak a tömegvonzási tag szerepel.

A nehézségi gyorsulás méréseket természetesen nem az ellipszoidon, sőt általában nem is a geoidon, hanem különböző helyeken (pl. a Föld bonyolult topográfiájú felszínén különböző tengerszint feletti magasságokban, mesterséges holdakon stb.) végezzük. Könnyen belátható, hogy az így meghatározott g értékeket nem célszerű közvetlenül összehasonlítani azokkal a g elméleti értékekkel, amelyek egy másik területre: a Föld normálalakjának megfelelő ellipszoid felületére vonatkoznak.

Ha a g normális értéket a mérési pontokon közvetlenül mérhető nehézségi gyorsulás értékekből vonjuk le, akkor az adott pontban a *nyers gravitációs anomáliákat* kapjuk. Ezek az adatok csak bizonyos korrekciók elvégzése után alkalmasak a geodéziai, valamint a geofizikai értelmezés és felhasználás céljaira, ezért a mért g értékeket bizonyos javításokkal (redukciókkal) kell ellátnunk. A különböző redukcióknak megfelelően különböző fajta gravitációs anomáliákat kapunk.

Valójában a nehézségi gyorsulás méréseket arra az alapfelületre kellene átszámítanunk, amelyre a normál nehézségi gyorsulás képlete vonatkozik. A későbbi geodéziai és geofizikai felhasználáshoz azonban általában elegendő, ha a mérési eredményeket a tengerszintre számítjuk át. Az átszámítás során különféle hatásokat kell figyelembe venni. A következőkben külön-külön tárgyaljuk az egyes lépéseket.

A δg_F **tiszta magassági javítással (a Faye-féle redukcióval)** a mérési pont tényleges tengerszint feletti h magasságáról a vonatkoztatási szint (általában a tengerszint) magasságára számítjuk át a mért nehézségi gyorsulás értékeket. Az átszámítást úgy végezzük, mintha a mérési pont és a vonatkoztatási szint között nem lennének tömegek.

A mérési pont és a tengerszint között a g változását közelítőleg úgy számíthatjuk ki, hogy a Földet gömb alakúnak feltételezzük és eltekintünk a tengelykörüli forgástól. Ekkor az R sugarú Föld felszínén

$$g = k \frac{M}{R^2}$$

a nehézségi gyorsulás értéke. Ezt R szerint differenciálva:

$$\frac{dg}{dR} = -\frac{2kM}{R^3} = -\frac{2g}{R}$$

amelyben a g és az R átlagos földi értékét behelyettesítve:

$$\frac{dg}{dR} = -3.086 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2} / \text{m}$$

Ez azt jelenti, hogy a Föld felszínén 1 m magasságváltozás esetén kb. 0.3 mgal -t változik a nehézségi gyorsulás értéke. (A negatív előjel arra utal, hogy a magasság növekedésével csökken a nehézségi gyorsulás értéke.)

Ennek megfelelően a tiszta magassági javítás :

$$\delta g_F = -3.086 \cdot 10^{-6} h \quad . \quad (5.25)$$

Ha a h magasság értékét m -ben írjuk be, akkor a javítás értékét m/s^2 -ben kapjuk.

Az (5.25) képletből kiszámítható, hogy alig több mint 3 cm magasságváltozás már $10 \mu\text{Gal}$ nehézségi gyorsulás változást okoz. (Emiatt kell a graviméteres mérések mellett mm pontosságú szintezést végezni.)

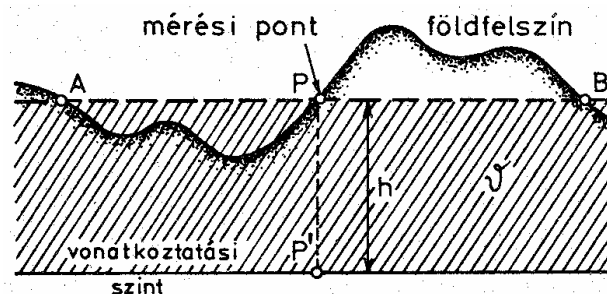
A valóságban a tengerszint és az észlelési pont között nem levegő, hanem különböző sűrűségű kőzetek vannak. Természetesen ezeknek a tömegeknek a hatása is benne van a g földfelszínen mért értékében; és nagysága elsősorban a h magasságtól függ.

A δg_B **Bouguer-javítással** a mérési állomás és a vonatkoztatási szint (a tengerszint) között elhelyezkedő tömegek hatását távolítjuk el. Az átszámítás során első közelítésben eltekintünk a mérési pont közvetlen környezetének domborzati hatásától és így a tényleges felszíni topográfia és a vonatkoztatási szint közötti tömegek hatását az 5.13 ábrán átható h magasságkülönbséggel azonos vastagságú, horizontálisan végtelen kiterjedésű lemez (ún. Bouguer-lemez) hatásával közelítjük. Levezethető [82], hogy vízszintesen végtelen kiterjedésű h vastagságú és ρ sűrűségű lemez által okozott δg_B gravitációs gyorsulás a lemez felső szélén levő tetszőleges pontban:

$$\delta g_B = 2\pi k \rho h$$

ahol k a gravitációs állandó. Ennek megfelelően, behelyettesítve a k és a π számértékét, valamint a földkéreg felső részére vonatkozó $\rho = 2670 \text{ kg/m}^3$ átlagos sűrűségértékkel számolva a δg_B Bouguer-féle korrekció:

$$\delta g_B = 1.119 \cdot 10^{-6} h \quad (5.26)$$



5.13 ábra. h vastagságú Bouguer-lemez

Az (5.25)-höz hasonlóan, ha a h értékét m -ben helyettesítjük be, akkor a δg_B javítás értékét m/s^2 -ben kapjuk meg.

A mérési állomás és a vonatkoztatási szint közötti tömegek hatásának eltávolítása során a Bouguer-korrekció csak az első lépés. Az 5.13 ábra mutatja, hogy egyes helyeken (pl. a P és a B pont között) túlságosan kevés tömeget távolítunk el, más helyeken (pl. az A és a P pont között) viszont olyan tömegeket tételeztünk fel, amelyek valójában nem léteznek. Ezt a pontatlanságot szünteti meg a topográfiai javítás.

A δg_T **topográfiai javítás** a valódi földfelszín és a Bouguer-lemez felső határa közötti tömegek, illetve "tömeghiányok" hatását veszi figyelembe. A topográfiai javítás minden esetben pozitív előjelű, mivel a mérési pont síkja fölött elhelyezkedő tömegek a

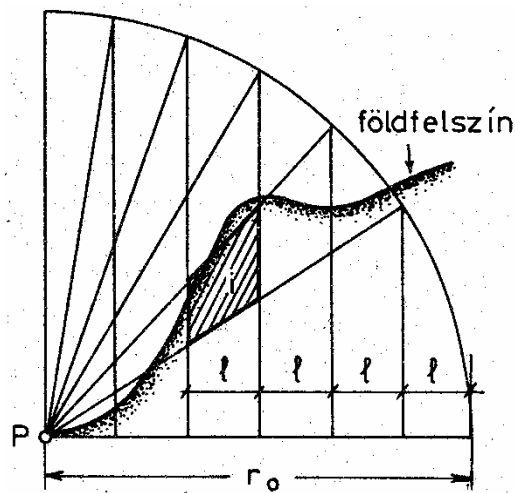
mért g értékét csökkentik, tehát a javítást a mért értékhez hozzá kell adni; ugyanakkor a völgyek esetében a Bouguer-korrektció elvégzésekor feltételeztük, hogy anyaggal van kitöltve és ennek az anyagnak a hatását a Bouguer-korrektcióval eltávolítottuk. A valóságban azonban itt nincsenek tömegek, tehát ezt a fölöslegesen eltávolított hatást is hozzá kell adni a mért értékhez [56].

A topografikus javítást az Eötvös-inga mérések feldolgozásakor már említett formában, két részben számíthatjuk ki: a mérési pont 100 m sugarú közvetlen környezetének hatását **térszínhatásnak**; a 100 m -en kívüli, de legfeljebb 10 km távolságig terjedő környezet hatását pedig **térképhatásnak** nevezzük.

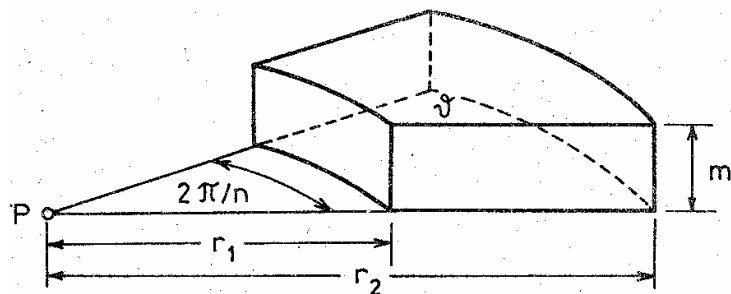
A térszínhatás a mérési pont körül 8 irányban mért szintezési szelvények alapján az 5.14 ábrán látható ún. térszínhatás-diagram segítségével határozható meg [56]. Az ábrán látható szektorok hatása a P pontban ugyanakkora; pl. az i -edik szektor hatása:

$$\delta g_i^{(1)} = \frac{\pi k \rho}{4r_o} \ell^2$$

ahol k a gravitációs állandó, ρ pedig a kőzetek sűrűsége.



5.14 ábra. A térszínhatás számításához használt diagram



5.15 ábra. A térképhatás számításához használt tömegelem

A térképhatas számításakor a tényleges topográfia egy-egy elemét az 5.15 ábrán látható hengergyűrű-szeletekkel közelítjük. Egyetlen ilyen ρ sűrűségű és m vastagságú szegmens gravitációs terének függőleges irányú összetevője a P pontban:

$$\delta g_i^{(2)} = \frac{2\pi}{n} k \rho \left(\sqrt{r_2^2 + m^2} - \sqrt{r_1^2 + m^2} + r_1 - r_2 \right)$$

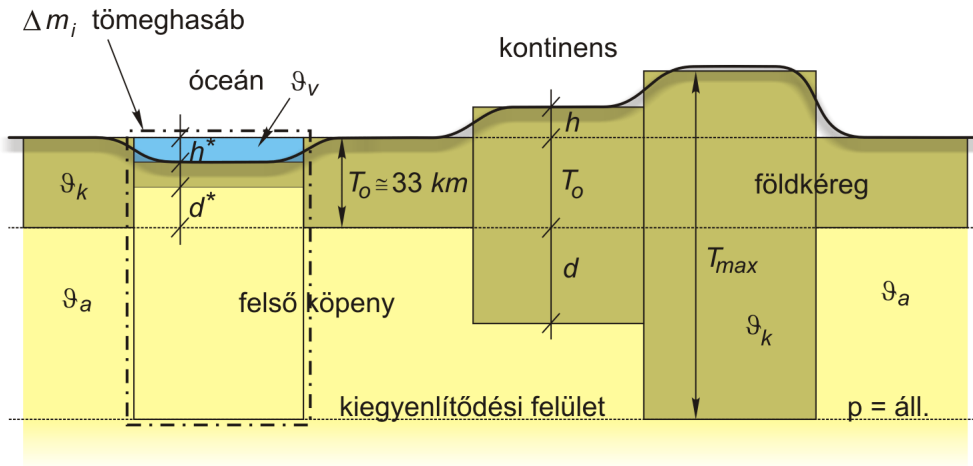
ahol n a hengergyűrűben levő szegmensek számát jelöli [56].

Végül is ezek összegezésével a topográfiai javítás:

$$\delta g_T = \sum \delta g_i^{(1)} + \sum \delta g_i^{(2)} \quad (5.27)$$

Egyes különleges esetekben az eddigi hatásokon kívül egy további javítást is figyelembe szoktunk venni.

A δg_I **izosztatikus javítás** feladata az, hogy a mért nehézségi gyorsulás értékeit teljesen öves felépítésű (pontosabban fogalmazva: gömbhéjanként homogén sűrűségeloszlású) földmodellre számítsuk át azon feltevés alapján, hogy a felszíni magasságkülönbségek az izosztatikus úszási egyensúlynak megfelelően alakulnak ki.



5.16 ábra. Az Airy-féle izosztatikus modell

A korrekció kiszámításához ismernünk kell, hogy az izosztatikus úszási egyensúly esetén a földkéreg egyes részei milyen mélyen merülnek a felső köpeny anyagába. Ezért először határozzuk meg az Airy-féle izosztatikus elvnek megfelelően az 5.16 ábrán látható modell alapján, hogy kontinentális területen adott h kiemelkedéshez mekkora d kéregvastagodás, illetve óceáni területen h^* bemélyedéshez mekkora d^* kéregvékonyodás tartozik. Az ábrán látható kiegyenlítődési szintnek hidrosztatikus úszási egyensúly esetén azonos nyomású (izobár) felületnek kell lennie, ezért az A , B és a C pontban

$p_A = p_B = p_C$, azaz a nyomások egyenlőek. Az ábra jelöléseinek megfelelően a nyomásértékek:

$$\begin{aligned} p_A &= g[\rho_k T_0 + \rho_a d] \\ p_B &= g[\rho_k (T_0 + h + d)] \\ p_C &= g[\rho_v h^* + \rho_k (T_0 + h^* + d^*) + \rho_a (d + d^*)] \end{aligned}$$

A $p_A = p_B$ egyenlőségből a kéregvastagodás:

$$d = \frac{\rho_k}{\rho_a - \rho_k} h \quad (5.28)$$

a $p_A = p_C$ és az (5.28) alapján pedig a kéregvékonyodás:

$$d^* = \frac{\rho_k - \rho_v}{\rho_a - \rho_k} h^* \quad (5.29)$$

A tengervíz $\rho_v = 1030 \text{ kg/m}^3$, a földkéreg $\rho_k = 2670 \text{ kg/m}^3$, valamint a felső köpeny $\rho_a = 3270 \text{ kg/m}^3$ átlagos sűrűségének felhasználásával a h magasságú hegységekhez tartozó d , és a h^* mélységű óceánokhoz tartozó d^* értékek az (5.28) és az (5.29) alapján egyszerűen meghatározhatók: $d \approx 4.45 h$, és $d^* \approx 2.73 h^*$.

Az izosztatikus javítás számításakor a hegységek d vastagságú "gyökerének" hatását úgy tüntetjük el, hogy az itt levő ρ_k sűrűségű kéreganyagot ρ_a sűrűségű köpenyanyaggal helyettesítjük; míg óceáni területeken a h^* mélységű ρ_v sűrűségű víztömeget és a d^* vastagságú ρ_a sűrűségű felső köpenyanyagot egyaránt ρ_k sűrűségű kéreganyaggal kell helyettesíteni.

Összefoglalva a különféle redukciókat, láthatjuk tehát, hogy a δg_T topográfiai javítás és a δg_B Bouguer-javítás eltünteti a Föld felszínén mért nehézségi gyorsulás értékekből a geoid feletti tömegek hatását, a δg_F tiszta magassági javítás "leviszi" a mérési pontot a geoid szintjére, a δg_I izosztatikus javítás pedig kiejti a földkéreg aljának hullámzásából származó gravitációs hatásokat.

Attól függően, hogy milyen redukciókat hajtunk végre a közvetlenül mért g nehézségi gyorsulás értékeken, különféle gravitációs rendellenességeket kapunk :

a **Faye-anomália**:

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma$$

a **Bouguer-anomália**:

$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_B + \delta g_T - \gamma$$

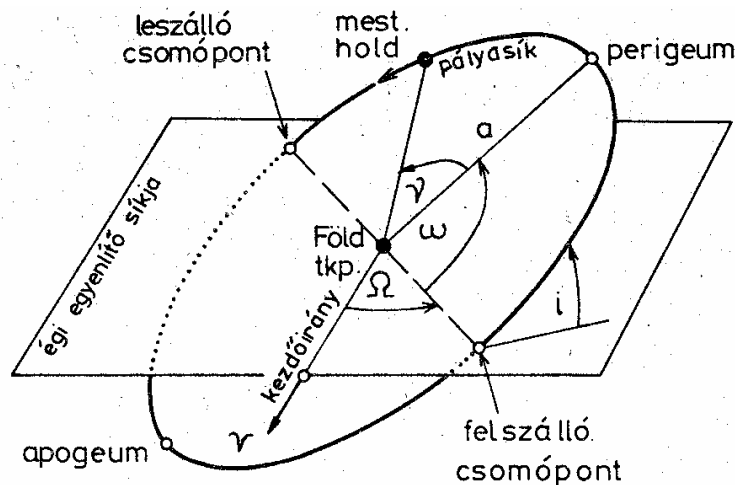
az *izosztatikus anomália*:

$$\Delta g_I = g + \delta g_F - \delta g_B + \delta g_T + \delta g_I - \gamma .$$

A geofizikai gyakorlatban főleg a Bouguer és a Faye-anomáliákat, a geodéziában elsősorban a Faye-anomáliákat használjuk. A Faye-anomáliák az összes tömeg hatását tartalmazzák, ezért gyakorlatilag feltevésmentesek; azonban térben igen gyorsan változnak, így nehezen interpolálhatók. A Bouguer-anomáliák ettől abban különböznek, hogy nincs bennük a topográfiát is tartalmazó és a tengerszintig lenyúló homogénnek feltételezett kőzetlemez hatása; a Faye-anomáliákhoz képest sima futású, jól interpolálható és közepelhető anomáliák. Az izosztatikus anomáliák a legmunkaigényesebb és a legkevésbé feltevésmentes anomáliák, viszont sima futásúak, ezért igen jól interpolálhatók.

5.4.3 A gravitációs anomáliák meghatározása mesterséges holdak segítségével

A Föld közelében mozgó égitestek pályáját elsősorban a Föld gravitációs erőtere szabja meg, így az égitestek mozgását megfigyelve következtetni lehet a gravitációs erőter szerkezetére, azaz meghatározhatók a gravitációs rendellenességek.



5.17 ábra. Mesterséges holdak pályaelemei

Gömbszimmetrikus tömeg gravitációs erőterében mozgó mesterséges holdak pályája – mindennemű zavaró hatástól mentes esetben – térben állandó helyzetű ellipszis. Ez azt jelenti, hogy az 5.17 ábrán látható Kepler-féle hat pályaelem közül öt (az a fél nagytengely, az e^2 első numerikus excentricitás négyzete, a felszálló csomópont Ω rektaszcenziója, a perigeeum ω szöge és az i pályahajlás, vagy inklináció) időben állandó, és csak az égitest pillanatnyi helyzetét jellemző γ szög, az ún. középanomália változik. Mivel a Föld erőtere nem gömbszimmetrikus, a körülötte keringő mesterséges hol-

duk pályája a térben nem állandó helyzetű ellipszis, hanem bonyolult térgörbe lesz. A Föld erőterében azonban a gömbszimmetrikus rész az uralkodó, ezért a pálya jellemzésére megtarthatjuk a Kepler-féle pályaelemeket, megadva ezek adott időpontra (epochára) vonatkozó értékét és időbeli változásuk mértékét.

A Föld tömegvonzási erőterének nem gömbszimmetrikus részét az (5.8) potenciál-függvényből egyszerűen kiszámíthatjuk:

$$V' = V - \frac{kM}{r} = -\frac{kM}{r} \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n J_n P_n(\sin \psi) - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \psi) \right] \quad (5.30)$$

illetve ha a zonális és a tesszerális tagokat nem választjuk külön, akkor az (5.30) a

$$V' = \frac{kM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \psi) \quad (5.31)$$

alakban is írható. Ez tulajdonképpen az a "zavarfüggvény", ami hatására a térben és időben állandó helyzetű és méretű Kepler-féle pályaelem helyett a bonyolult, ún. perturbált pálya alakul ki. A zavarfüggvény hatására létrejövő pályaelem perturbációkat (az egyes pályaelemek időbeli változását) a *planetáris Lagrange-egyenletek* írják le [37]. A Lagrange-féle differenciálegyenletek megoldásával arra az eredményre jutunk, hogy az egyes pályaelem-változások kifejezhetők a C_{nm} és az S_{nm} együtthatók függvényeként:

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= \frac{d\Omega}{dt} = f_{\Omega}(C_{nm}, S_{nm}) \\ \dot{\omega} &= \frac{d\omega}{dt} = f_{\omega}(C_{nm}, S_{nm}) \\ \dot{i} &= \frac{di}{dt} = f_i(C_{nm}, S_{nm}) \\ &\vdots \end{aligned}$$

Mivel a pályaelem változások empirikus úton meghatározhatók, ezekből a C_{nm} és az S_{nm} együtthatók kiszámíthatók. Ha sok égitest mozgását figyeljük meg a Föld különböző helyein, akkor a C_{nm} és S_{nm} értékek meghatározásakor kiegyenlítési lehetőségünk is van.

A C_{nm} és S_{nm} együtthatók ismeretében viszont nem csak az (5.30) illetve az (5.31) "zavarfüggvény" írható fel, hanem az (5.20) szerint értelmezett potenciálzavar is:

$$T = W - U = \frac{kM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n^*} \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \psi) \quad (5.32)$$

ahol a $*$ azt jelenti, hogy a szummázásból ki kell hagyni bizonyos tagokat, amelyek a valódi nehézségi erőter W potenciáljának gömbfüggvény sorában és az U normálpotenciál sorában egyaránt szerepelnek [50]. Végül a potenciálzavar függvényének ismeretében a fizikai geodézia alap differenciálegyenletének felhasználásával [70] :

$$\Delta g = -\left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2T}{r}\right) \quad (5.33)$$

ahol a Δg a geoid és az ellipszoid egymásnak megfelelő pontjaiban levő valódi, illetve normál nehézségi gyorsulás értékek különbsége. Az (5.32) felhasználásával elvégezve az (5.33)-ban kijelölt műveleteket:

$$\Delta g = -\frac{kM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n^*} (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \psi) \quad (5.34)$$

vagy másképpen írva:

$$\Delta g = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n^*} (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \psi) \quad (5.35)$$

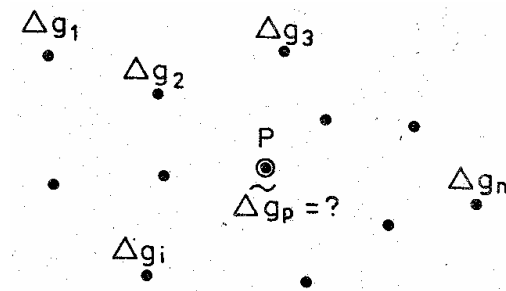
Az (5.34) és az (5.35) összehasonlításával megkaphatjuk a potenciál gömbfüggvény sorában szereplő C_{nm} és S_{nm} harmonikus együtthatók és a gravitációs anomáliák (5.35) sorában szereplő A_{nm} és B_{nm} harmonikus együtthatók kapcsolatát [70]:

$$\begin{bmatrix} A_{nm} \\ B_{nm} \end{bmatrix} = -\frac{km}{r^2} (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \begin{bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{bmatrix}.$$

A mesterséges holdakkal meghatározott C_{nm} és S_{nm} harmonikus együtthatók alapján tehát az (5.34) segítségével az egész Földre vonatkozólag kiszámíthatjuk a gravitációs anomáliákat. Mivel a gravitációs anomáliákon semmiféle javítást nem hajtunk végre, csupán azonos szintre, a geoidra redukáljuk, ezért az így nyert értékek *Faye-anomáliák*.

5.4.4 A gravitációs anomáliák predikciója

Különböző feladatok megoldása során - elsősorban a geodéziai gyakorlatban - többször előfordul, hogy olyan helyeken is kellene gravitációs rendellenességek, ahol valójában nem végeztünk méréseket. Ezekben a helyeken a szomszédos pontok ismert értékei alapján interpolációval, vagy extrapolációval (közös elnevezéssel: predikcióval) állapíthatjuk meg az anomáliák legvalószínűbb értékét.



5.18 ábra. Anomáliák predikciója

A gravitációs anomáliák predikciója során az a célunk, hogy az 5.18 ábrán látható ismert $\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_n$ gravitációs anomáliák felhasználásával meghatározzuk az adott területen, vagy ennek közelében fekvő P pontban az ismeretlen $\Delta \tilde{g}_P$ anomália-értéket. Matematikailag megfogalmazva: keressük azt az f függvényt, amellyel $\Delta \tilde{g}_P$ a

$$\Delta \tilde{g}_P = f(\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_n)$$

formában kifejezhető.

Általában a legegyszerűbb lineáris függvénykapcsolatot írjuk fel:

$$\Delta \tilde{g}_P = a_1 \Delta g_1 + a_2 \Delta g_2 + \dots + a_n \Delta g_n = \sum_{i=1}^n a_i \Delta g_i \quad (5.36)$$

ahol a_i csak a P és a P_i pontok relatív helyzetének függvénye. Az a_i együtthatók megválasztásától függően különböző interpolációs és extrapolációs módszerek ismeretesek.

A két lehető legegyszerűbb módszer: a *zérus-anomália* és az ún. *reprezentatív érték* megadása.

Nagyon ritka hálózatok esetén (pl. a tengereken) az ismeretlen pontokon zérus anomáliákat feltételezünk, azaz:

$$\Delta \tilde{g}_P = 0$$

tehát ennek megfelelően :

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0 \quad .$$

Ezt főként izosztatikus rendellenességekre alkalmazzuk, mivel izosztatikus egyensúly esetén ez egyébként is zérus, vagy ehhez közeli érték.

Igen egyszerű és bizonyos céloknak jól megfelelő az ún. reprezentatív érték. Eszerint a ritka (általában 10 km-nél kisebb pontsűrűségű) hálózatok esetén az adott területre leginkább jellemző Δg_i értéket tekintjük a P pont ismeretlen anomália értékének:

$$\Delta \tilde{g}_P = \Delta g_i$$

Ekkor az (5.36) szerint

$$a_i = 1$$

és

$$a_1 = a_2 = \dots = a_{i-1} = a_{i+1} = \dots = a_n = 0$$

Nagyobb pontsűrűségű hálózatok területén *geometriai interpolációval* jutunk egyszerűen eredményre. A módszer lényegét az 5.19 ábra szemlélteti. A P_1 , P_2 és a P_3 pontban ismert Δg_1 , Δg_2 , Δg_3 érték alapján a P pontban:

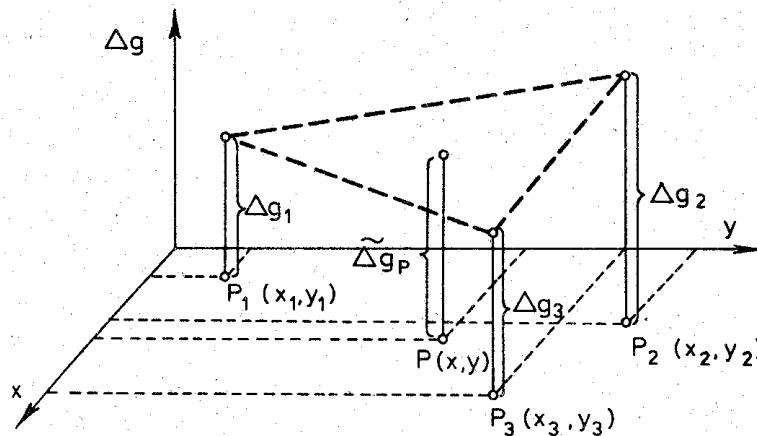
$$\Delta \tilde{g}_P = a_1 \Delta g_1 + a_2 \Delta g_2 + a_3 \Delta g_3$$

ahol:

$$a_1 = a_1(x, y, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3)$$

$$a_2 = a_2(x, y, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3)$$

$$a_3 = a_3(x, y, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3)$$



5.19 ábra. A geometriai interpoláció

Ennél lényegesen megbízhatóbb megoldást szolgáltat a *legkisebb négyzetek módszere szerinti predikció* [47].

Jelölje

$$\Delta \tilde{g}_P = \sum_{i=1}^n a_i \Delta g_i$$

az (5.36) lineáris predikcióval meghatározott anomáliaértékeket és legyen Δg_P a P pontban a valóságos anomáliaérték. Ekkor a lineáris predikció hibája:

$$\varepsilon_P = \Delta g_P - \Delta \tilde{g}_P = \Delta g_P - \sum_{i=1}^n a_i \Delta g_i \quad (5.37)$$

varianciája pedig (a predikció középhibájának négyzete):

$$\text{var}\{\varepsilon_P\} = m_P^2 = M\{\varepsilon_P^2\}$$

A feladat azon a_1, a_2, \dots, a_n együtthatók meghatározása, amelyekkel számított $\Delta \tilde{g}_P$ -re a

$$\text{var}\{\varepsilon_P\} = \min.$$

feltétel teljesül.

A legkisebb négyzetek módszere szerinti predikcióval a megoldása [69]:

$$\Delta \tilde{g}_P = [C_{P1} \ C_{P2} \ \dots \ C_{Pn}] \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta g_1 \\ \Delta g_2 \\ \dots \\ \Delta g_n \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

vagy rövidebben:

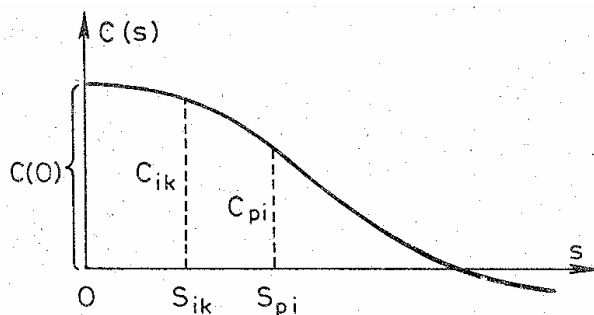
$$\Delta \tilde{g}_P = \underset{(1,n)}{\mathbf{c}^*} \underset{(n,n)}{\mathbf{C}}^{-1} \underset{(n,1)}{\Delta \mathbf{g}}$$

ahol \mathbf{c}^* az új P pont és a mért pontok közötti kovariancia-értékeket tartalmazó \mathbf{c} vektor transzponáltja, \mathbf{C}^{-1} a mért pontok \mathbf{C} variancia-kovariancia-mátrixának inverze és $\Delta \mathbf{g}$ a mérésekből levezetett ismert anomáliaértékeket tartalmazó vektor.

Az (5.36) és az (5.38) összehasonlításával a legkisebb négyzetek módszere szerinti predikció esetén az a_i együtthatók:

$$a_i = \sum_{k=1}^n c_{Pk} C_{ki}^{-1}$$

ahol C_{ki}^{-1} a \mathbf{C} mátrix inverzének elemeit jelöli.



5.20 ábra. Jellegzetes kovariancia-függvény

Az egyetlen problémát a \mathbf{c} kovariancia-vektor és a \mathbf{C} variancia-kovariancia függvényeknek a meghatározása okozza. Ezeket úgy célszerű megválasztani, hogy a pontok közötti távolság növekedésével a kovariancia-értékek zérushoz tartanak, de esetenként az egyes mért pontok között megfelelő szelekciót (súlyozást) is lehetővé tegyenek. Az 5.20 ábrán olyan tipikus kovariancia-függvényt láthatunk, amely értéke kizárólag a pontok egymástól mért s távolságától függ [47]. Igen kicsi s távolságokon belül a g értékek csaknem egyenlők egymással (a varianciák közel egyenlők a kovarianciákkal), tehát a Δg értékek között igen erős a korreláció. Az s távolság növekedésével a $C(s)$ kovariancia-függvény értéke csökken, mivel a Δg értékek között egyre gyengébb a kapcsolat. Igen nagy távolságok esetén a kovarianciák nagyon kicsik, de nem feltétlenül zérusok, mivel a gravitációs rendellenességeket nem csak a helyi tömeginhomogenitások, hanem nagy területekre kiterjedő regionális hatások is befolyásolják.

5.4.5 Az analitikai folytatások módszere

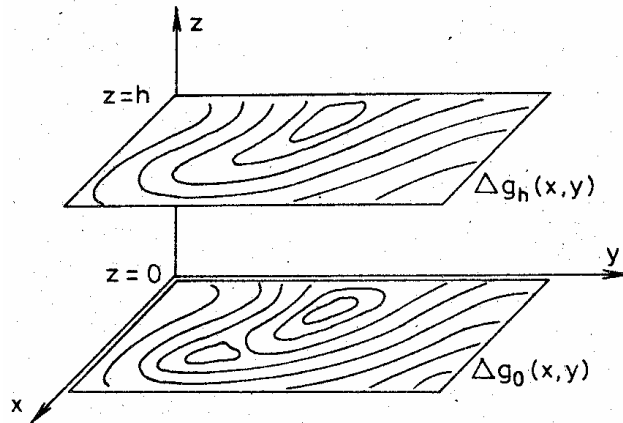
Az analitikai folytatások módszerének az a lényege, hogy tetszőleges (pl. gravitációs) anomáliatereket az adott észlelési síkról átviesszük (átranzformáljuk) valamely fölötte, vagy alatta levő síkra. Az előbbi az analitikai felfelé folytatás, az utóbbi az analitikai lefelé folytatás esete.

Az utóbbi időkben elsősorban a gravitációs anomáliatér analitikai lefelé folytatásának növekedett meg a jelentősége, mivel a mérési technika rohamos fejlődésével egyre pontosabbak és egyszerűbbek a légi és az űrbeli gravitációs mérések és ennek megfelelően egyre nagyobb mennyiségű légi mérésből származó Δg rendellenességet kell átszámítani a földfelszínre, vagy a tengerszintre.

Az analitikai lefelé és felfelé folytatás esete közül az *analitikai felfelé folytatás* oldható meg egyszerűbben. Ha adott az 5.21 ábrán látható $z = 0$ síkon a $\Delta g_0(x, y) = \Delta g(x, y, 0)$ anomáliatér, akkor h magasságban a $z = h$ síkon a $\Delta g_h(x, y) = \Delta g(x, y, h)$ anomáliatér a

$$\Delta g_h(x, y) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta g_0(x', y')}{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + h^2]^{3/2}} dx' dy' \quad (5.39)$$

transzformációval határozható meg [68]. Az analitikai felfelé folytatás tehát úgy végezhető el, hogy az (5.39) integrált valamilyen numerikus integrálási módszerrel kiértékeljük.



5.21 ábra. Az analitikai folytatások elve

Az *analitikai lefelé folytatás* az előbbi művelet inverze. Ekkor a $z = h$ síkon a $\Delta g_h(x, y)$ anomáliatér adott, és alatta h mélységben a $z = 0$ síkon levő $\Delta g_0(x, y)$ anomáliatérrel kell meghatározni. Ebben az esetben az (5.39) integrálegyenletet kell megoldani $\Delta g_0(x, y)$ -ra [90], amely legegyszerűbben kétváltozós Fourier-transzformáció alkalmazásával valósítható meg [56].

5.4.6 Gravitációs anomáliatérképek

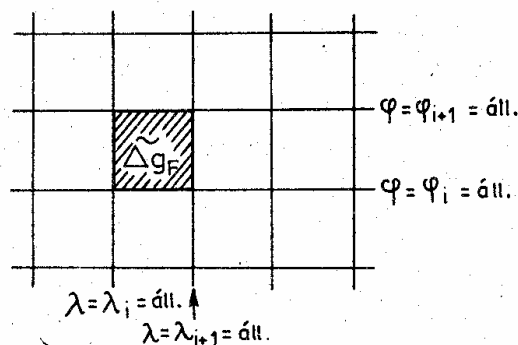
A gravitációs anomáliákat részben a jobb áttekinthetőség érdekében, részben a különböző felhasználási céloknak megfelelően izoanomália, vagy átlaganomália térképeken szokás ábrázolni.

Az izoanomália térképek szerkesztésekor a térképlapokra felrakott mérési pontokhoz tartozó gravitációs rendellenességek felhasználásával a szintvonal-szerkesztési szabályok szerint megrajzolják az egyenlő kerek anomáliaértékű helyeket összekötő ún. izoanomália vonalakat. Az izoanomália vonalak megszerkesztése az izosztatikus és a Bouguer-anomáliák esetén igen egyszerű, mivel ezek lineárisan interpolálhatók. A Faye-féle anomáliák esetében a kérdés bonyolultabb, mert ez a magasság függvénye és így csak közvetve interpolálható.

Magyarország területéről 1:500 000 és 1:200 000 méretarányú Bouguer és 1:500 000 méretarányú Faye-féle izoanomália térképek készültek. Természetesen kisebb-nagyobb területeken, ahol gravitációs részletméréseket vagy mikroméréseket is végeztek, jóval részletesebb térképek is rendelkezésre állnak.

Az egész Föld területére a párizsi *BGI* (Bureau Gravimetric International), azaz a Nemzetközi Gravimetriai Iroda készített 1:100 000, 1:10 000 000 és 1:15 000 000 méretarányú Bouguer és Faye-féle izoanomália térképeket.

Az átlaganomália térképek az 5.22 ábrán látható formában különböző területegységenként adják meg a gravitációs anomáliák (általában a Faye-anomáliák) átlagos értékeit.



5.22 ábra. Átlaganomália térkép

Magyarország területéről 1:25 000 térképszelvényenként, azaz $\varphi = 5' \times \lambda = 7'30''$ nagyságú területegységenként állnak rendelkezésre Faye-féle átlaganomália értékek.

Az egész Föld területére ugyancsak a *BGI* készített $1^\circ \times 1^\circ$, illetve $5^\circ \times 5^\circ$ területegységenként Faye-féle átlaganomália térképeket.

5.4.7 A gravitációs anomáliaterek szűrése

A mérési eredmények alapján szerkesztett gravitációs izoanomália térképek együttesen tartalmazzák a nagy kiterjedésű (hosszú hullámhosszúságú) *regionális anomáliákat* és a kis területekre kiterjedő (rövid hullámhosszú) *helyi anomáliákat*.

Bizonyos esetekben az anomáliatér helyi hatásoktól mentes összetevőjére: a regionális térre vagyunk kíváncsiak; más esetekben viszont (pl. nyersanyagkutatások céljára) éppen a kisebb helyi szerkezetek hatását tükröző helyi rendellenességek ismerete, szükséges. Az előbbi esetben a helyi hatásokat tükröző lokális anomáliatérrel kell kiszűrni; az utóbbi esetben viszont a teljes térből a regionális összetevőt kell eltávolítani, hogy az így keletkező ún. reziduális (maradék) tér már csak a helyi, lokális hatásokat tartalmazza.

Az anomáliaterek regionális és reziduális részekre történő szétválasztása az alaptér megfelelő szűrésevel lehetséges. A szűrés a

$$\Delta g_{sz}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u, v) \Delta g(x_0 - u, y_0 - v) du dv \quad (5.40)$$

művelettel valósítható meg, – ahol $s(u, v)$ a művelet súlyfüggvénye [82]. Az $s(u, v)$ súlyfüggvény Fourier-transzformáltja az S átviteli függvényt adja. Az átviteli függvény megfelelő választásával az anomáliatér bármely frekvenciájú összetevője kiszűrhető [56]. A különböző felülvágó szűrőket megvalósító átviteli függvényeket az anomáliatér simítására, azaz a regionális tér meghatározására használjuk; ugyanakkor az alulvágó szűrőkkel a nagyfrekvenciás összetevők, tehát a térben gyorsan változó lokális anomáliák emelhetők ki.

A gyakorlatban a nehézségi anomáliaterek szűrését számítógépekkel végezzük. Az (5.40) megfelelő átalakításával, *kétváltozós digitális szűréssel* tetszőleges t rácstávolságú négyzethálózat rácspontjaiban adott $\Delta g(x, y)$ anomáliatér esetén, a tér valamely (x_0, y_0) pontjában a szűrt gravitációs anomália értéke:

$$\Delta g_{sz}(x_0, y_0) = \sum_n \sum_m c_{nm} \Delta g(x_0 + nt, y_0 + mt)$$

ahol a c_{nm} együtthatók az (5.40) összefüggésben szereplő $s(u, v)$ súlyfüggvénynek megfelelő súlymátrix (szűrőmátrix) elemei [57]. A digitális szűréshez az anomáliatérképeket digitalizálni kell, azaz a térképeket digitális adatrendszerre kell átalakítani. Ez a gyakorlatban pl. úgy történik, hogy az adott anomáliatérképre k ponttávolságú négyzethálózatot helyezünk és a rácspontokban kiolvassuk az anomáliaértékeket.

5.4.8 A gravitációs anomáliák geodéziai és geofizikai alkalmazása

A gravitációs anomáliák geodéziai alkalmazásával a felsőgeodézia foglalkozik, ezért itt csupán megemlítjük, hogy a geodéziában a legfontosabb felhasználási területe a Föld elméleti alakjának, a geoidnak a meghatározása. Mivel a geoid meglehetősen bonyolult felület, ezért a legcélszerűbb pontonként meghatározni, azaz valamilyen megfelelő vonatkoztatási felülethez (pl. forgási ellipszoidhoz, vagy szintszferoidhoz) viszonyítva a távolságát (a geoidmagasságot, vagy geoidundulációt) pontonként megadni. A gravitációs rendellenességek alapján a Föld tetszőleges P pontjában a geoidundulációt az

$$N = \frac{R}{4\pi \tilde{\gamma}} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (5.41)$$

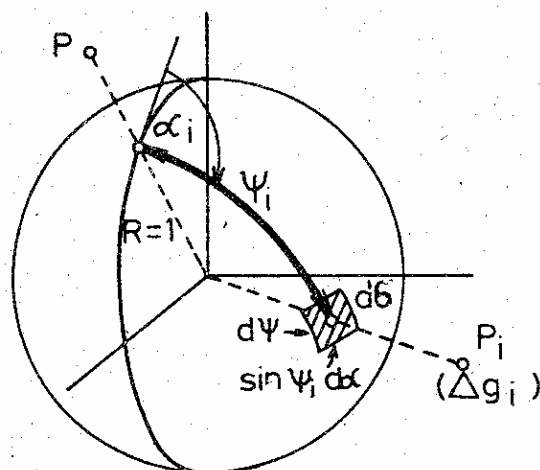
Stokes-féle összefüggéssel számíthatjuk ki [47] – ahol R a Föld közepes sugara, $\tilde{\gamma}$ a kérdéses földfelszíni pont ellipszoidi megfelelőjében a nehézségi gyorsulás normálértéke, az

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right)$$

a Stokes-féle függvény, a

$$d\sigma = \sin \psi \, d\psi \, d\alpha$$

az 5.23 ábrán látható $R=1$ sugarú gömb felületeleme, y pedig a ds felületelem távolsága a kérdéses P ponttól. Az integrálást a teljes egységsugarú gömb felületére kell elvégezni; ennek megfelelően tetszőleges P pontban a geoidmagasság kiszámításához az egész Föld felületén ismerni kell a gravitációs rendellenességek értékét.



5.23 ábra. Polárkoordináták egységsugarú gömbön

Az (5.41) Stokes-féle összefüggés a fizikai geodézia legfontosabb összefüggése, mivel ez ad lehetőséget a nehézségi erőter ismeretében a geoid meghatározására.

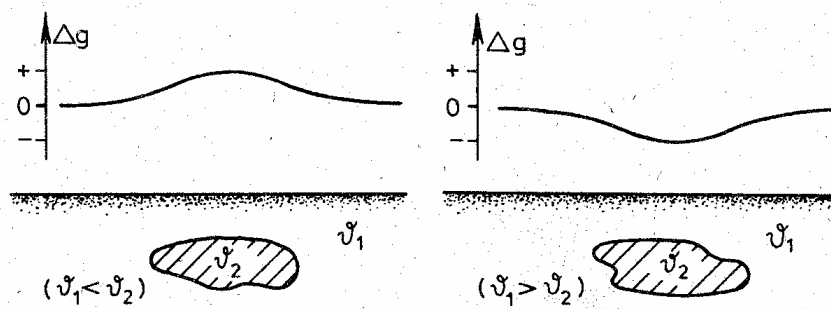
A gravitációs rendellenességeket a geofizikában a Föld szerkezetének kutatásában és a felszín alatti tömeginhomogenitások meghatározásán keresztül különféle ásványi nyersanyagok kutatására használják [82].

A földkéreg egyensúlyára és a kéregalatti sűrűséginhomogenitásokra az izosztikus rendellenességek alapján lehet következtetni. A vizsgálatok szerint a nehézségi gyorsulás mérések izosztikusan redukált értékei a földfelszín döntő részén csak igen kis mértékben különböznek a normál nehézségi gyorsulás értékétől. Ebből arra következtethetünk, hogy a földkéreg általában izosztikus egyensúlyi állapotban van.

Nagyobb regionális izosztikus anomáliák a földfelszínnek csak igen kis részén találhatók és zömében hosszú, keskeny sávok mentén helyezkednek el. Ezek jelenléte egyrészt arra enged következtetni, hogy helyenként jelentős sűrűséginhomogenitások lehetnek a Föld kérge alatt is; másrészt a Föld kisebb területein a kéreg egyensúlya eltérhet az

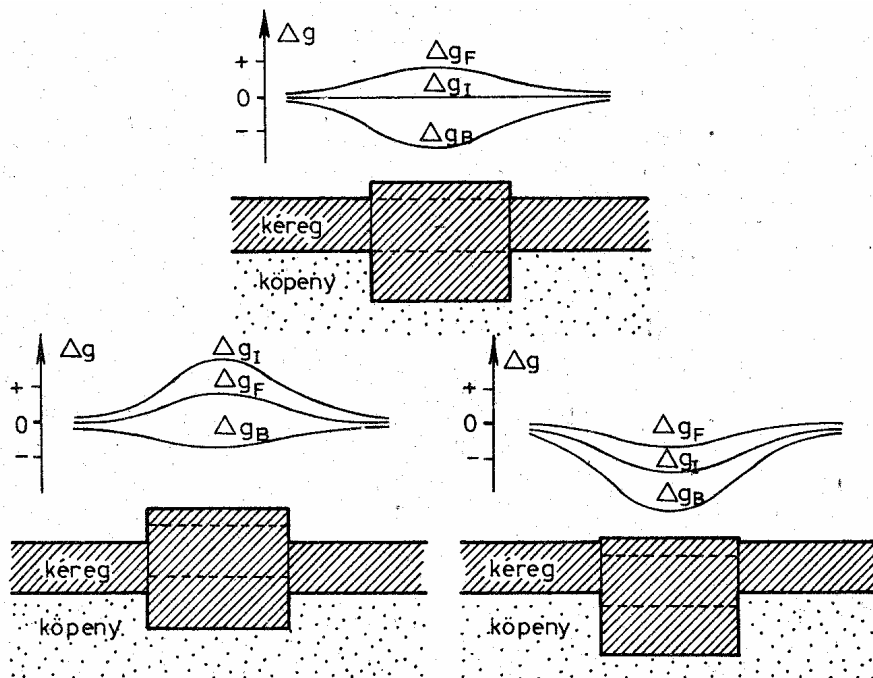
izosztatikus egyensúlyi állapottól. Ez utóbbi esetből az következik, hogy a földkéreg egyensúlyát nem csupán az izosztázia törvénye szabályozza, hanem bizonyos területeken más erők is szerepet játszanak ebben.

Ezek után tekintsünk át néhány fontosabb modellt, amelyek jellegzetes gravitációs anomáliákat szolgáltatnak. Az egyik példában a Föld belsejében feltételezett sűrűséginhomogenitások felszíni gravitációs hatását, a másik példában pedig a földkéreg izosztatikus egyensúlyi állapotának megfelelő gravitációs anomáliákat vizsgáljuk.



5.24 ábra. Sűrűséginhomogenitások gravitációs hatása

Az 5.24 ábrán a Föld belsejében feltételezett sűrűséginhomogenitások hatását szemléltetjük; az ábra bal oldalán relatív tömegtöbbletet, a jobb oldalán relatív tömeghiányt feltételeztünk. Az egyszerűség kedvéért legyen a Föld felszíne vízszintes, és magassága essék egybe a tengerszint magasságával. Ekkor a Faye-, a Bouguer-, valamint az izosztatikus anomáliák közel egyenlők; és az ábrán látható sűrűségviszonyoknak megfelelően tömegtöbblet esetén pozitív, tömeghiány esetén pedig negatív anomáliaértékek adódnak.

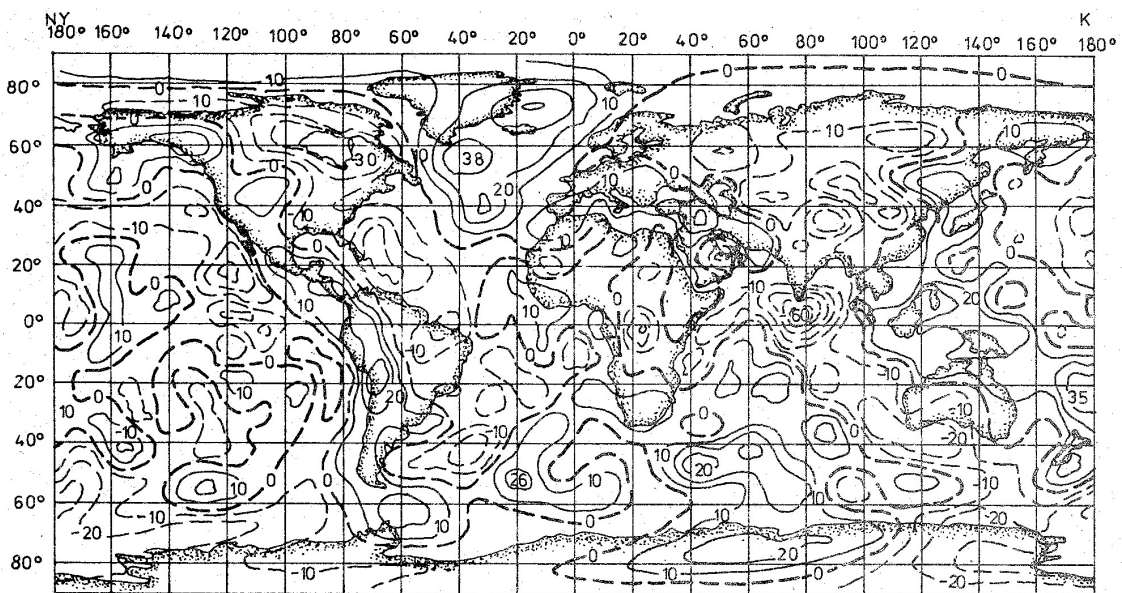


5.25 ábra. Lehetséges gravitációs anomáliák hegyvidéki területeken

Az 5.25 ábrán látható modell hegyvidéki területeken mutatja be a földkéreg izosztikus egyensúlyi állapota, illetve ennek megbomlása esetén a különféle gravitációs anomáliák alakulását. Az ábra felső részén a hegység izosztikus egyensúlyi állapotban van. Ennek megfelelően az izosztikus anomália zérus, a Faye-anomália gyengén pozitív, a Bouguer-anomália pedig határozottan negatív a "hegységgyökér" által okozott relatív tömeghiány miatt. Az 5.25 ábra alsó jobb oldali részén a hegység jobban benyomódott a felső köpeny anyagában, mint azt a súlya megkívánná; így ennek megfelelően mindhárom anomália negatív. Ezzel ellentétes irányú az 5.25 ábra alsó bal oldali részén látható eset, ahol a földkéreg megemelkedése miatt a Bouguer-anomália negatív, a Faye- és az izosztikus anomália viszont pozitív. (Teljesen hasonlóan modellezhetők a gravitációs anomáliák óceáni területeken is.)

A megfigyelések szerint a nagy regionális gravitációs anomáliák általában egybeesnek a Föld tektonikailag legaktívabb zónáival. Például a 2.30 és a 2.31 ábrán látható szeizmikusan igen aktív Cirkum-Pacifikus és Alp-Himalájai övet az 5.26 ábra szerint határozottan pozitív Faye-anomáliák jellemzik, de általában pozitív Faye-anomáliák tapasztalhatók az óceánközépi-hátságok mentén is. A jelenség okával a későbbiekben foglalkozunk.

A nagy regionális anomáliák közül igen érdekes pl. a skandináviai, a kanadai és az észak-szibériai negatív izosztikus anomáliák magyarázata. Ezek a területeken a legutóbbi jégkorszak során vastag jégtakaró volt. Ennek hatására a kéreg erősen benyomódott a felső köpeny anyagába és a jégtakaró elolvadása után az 5.25 ábra alsó jobb oldali részén bemutatott helyzet állt elő. Az izosztázia törvénye szerint az egyensúly helyreállításához ezeknek a területeknek emelkedni kell - amit geodéziai mérésekkel sikerült is kimutatni [67].



5.26 ábra. RAPP (1973) Faye-anomália térképe [80]