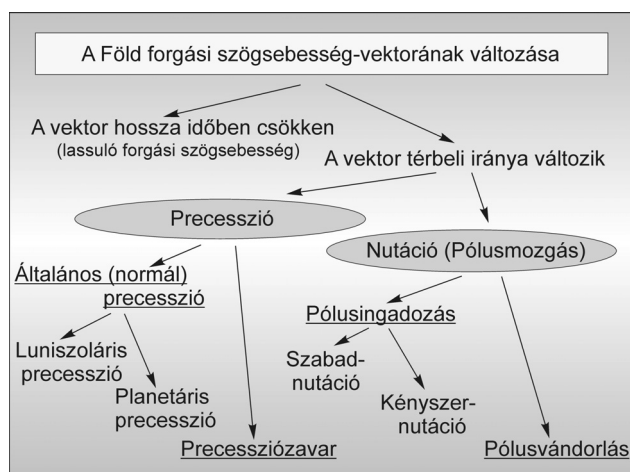


A Föld bonyolult forgási jelenségeinek megismeréséhez pontos fizikai alapismeretek szükségesek. A fogalmak nem egységes és hibás használata, valamint a precesszió és a nutáció jelenségének összekeveredése szükségessé teszi az alapfogalmak tisztázását [1]. A súlyos és az erőmentes pörgettyűk precessziós és a nutációs mozgásának áttekintését követően a Föld forgásának részletes tanulmányozásával foglalkozunk, és javasoljuk a szaknyelvben széleskörűen elterjedt hibás elnevezések helyett újak, pl. a csillagászati nutáció helyett a precesszió-zavar fogalmának használatát. Ebben az írásban a Föld precessziós mozgásával, a rákövetkezőben pedig a pólusmozgással, vagyis a Föld nutációs mozgásával foglalkozunk.

A Föld tengely körüli forgása

A Föld saját tengelye körüli forgását az ω forgási szögsebesség-vektora jellemzi, ezért a forgásának leírásához ismernünk kell a szögsebesség-vektor térbeli irányát és nagyságát, valamint a forgástengely és a Föld tömegének relatív helyzetét, mint az idő függvényét.

A tengely körüli forgás során a szögsebesség-vektor térbeli iránya és nagysága is állandóan változik. A változásokat az 1. ábrán láthatjuk összefoglalva. A szögsebesség-vektor abszolút értékének (illetve a napok hosszának) változásaival most nem foglalkoztunk; csupán megjegyezzük, hogy a forgási szögsebesség szekuláris lassulása elsősorban a Hold és a Nap által okozott ún. dagálysúrlódás következménye, az évszakos változást alapvetően felszíni (meteorológiai) tényezők-, a rendszertelen változásokat pedig a Föld tömegátrendeződései okozzák.

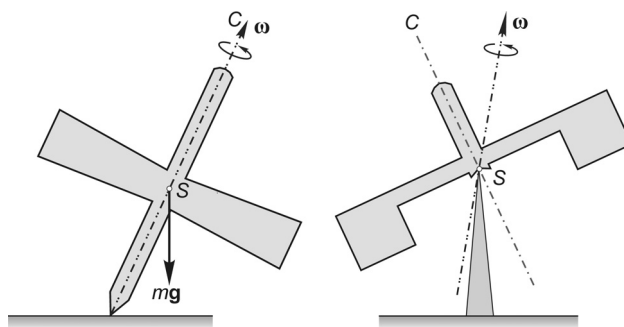


1. ábra. A Föld forgása.

A szögsebesség-vektor térbeli irányának változásai két csoportra oszthatók: a precessziós és a nutációs mozgásra. A nutációs mozgást a földtudományokban célszerűbben pólusmozgásnak nevezik.

A súlyos és az erőmentes pörgettyűk

Pörgettyűnek nevezzük minden olyan tetszőleges alakú és tömegeloszlású merev testet, amely egyetlen rögzített pontja körül szabadon foroghat. Általánosabban pörgettyűnek nevezzük a rögzített pont nélküli testet akkor is, ha a tömegközéppontja körüli forgása a tömegközéppont mozgásától függetlenül tárgyalható. Két alapvetően fontos fajtája a 2. ábrán látható ún. súlyos és az erőmentes pörgettyű. A súlyos pörgettyű a súlypontjára ható forgatónyomaték hatására megfelelő ω forgási szögsebesség esetén precessziós mozgást végez, azaz a forgástengely a testtel együtt kúppalást mentén $\omega_{pr} \ll \omega$ szögsebességgel körbevándorol. Az erőmentes pörgettyű ettől abban különbözik, hogy a külső erőnek a súlypontjára vonatkozó forgatónyomatéka zérus (ilyen pl. a súlypontjában alátámasztott pörgettyű). Az erőmentes pörgettyű nutációs mozgást végez, amennyiben a test nem pontosan a szimmetriatengelye körül forog. Ekkor a test forgástengelye folyamatosan változtatja a testhez viszonyított helyzetét: a forgástengely a test szimmetriatengelye körül kúppalást mentén körbevándorol. Az erőmentes pörgettyű értelem szerűen precessziós mozgást nem tud végezni, viszont a súlyos pörgettyű a precessziós mozgása mellett nutációs mozgást is végezhet, amennyiben nem pontosan a szimmetriatengelye körül forog.



2. ábra. A súlyos és az erőmentes pörgettyű.

A súlyos és az erőmentes pörgettyűk különböző fajtái léteznek a tömegeloszlásuk, azaz a tehetetlenségi nyomaték tenzoruk főátlójában lévő A , B és C főtehetetlenségi nyomatékok függvényében. Pl. az $A = B \neq C$ (homogén forgásszimmetrikus testek) esetén szimmetrikus pörgettyűről beszélünk.

Szimmetrikus súlyos pörgettyű precessziós mozgása

Minden merev test forgása során a forgási tehetetlensége miatt igyekszik megtartani forgási állapotát, más szóval az impulzusnyomaték megmaradási törvénye értelmében

bármely zárt rendszer \mathbf{N} impulzusnyomatéka állandó, tehát $d\mathbf{N}/dt$ időbeli változása zérus.

Ha a forgó merev testre külső erők hatnak, akkor az impulzusnyomaték megváltozása a külső erők \mathbf{M} forgatónyomatékával egyenlő:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M}. \quad (1)$$

A forgatónyomaték vektora az \mathbf{F} erő és az \mathbf{r} erőkar vektoriális szorzata:

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \times \mathbf{r}, \quad (2)$$

az impulzusnyomaték pedig:

$$\mathbf{N} = I\boldsymbol{\omega}, \quad (3)$$

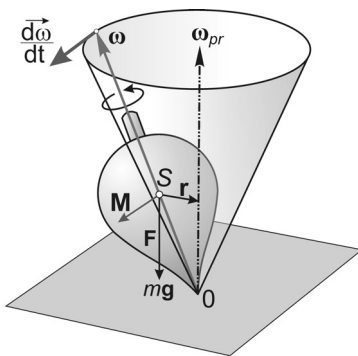
ahol I a merev test tehetetlenségi nyomaték tenzora, $\boldsymbol{\omega}$ pedig a forgási szögsebesség vektora. Behelyettesítve a (2) és a (3) összefüggést az (1)-be:

$$\frac{d}{dt} I\boldsymbol{\omega} = \mathbf{F} \times \mathbf{r}. \quad (4)$$

Mivel merev test esetén $I = \text{áll.}$, ezért az I kiemelhető a differenciálási jel elé, tehát (4) az

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (5)$$

formában is írható. Ebből viszont már közvetlenül látható, hogy külső forgatónyomaték hatására a nehézségi erőterben megfelelően gyorsan forgó merev testek (az ún. súlyos pörgettyűk) $\boldsymbol{\omega}$ szögsebesség vektorának térbeli iránya folyamatosan változik; az $\boldsymbol{\omega}$ vektor mindenkor az \mathbf{F} és az \mathbf{r} irányára merőleges irányban mozdul el. Ennek megfelelően a 3. ábrán látható ferde tengelyű gyorsan forgó pörgettyű (pl. a mindenki által jól ismert játék: a bűgöcsiga) nem dől el, hanem a forgástengelye a test tömegével együtt függőleges tengelyű körkúp palástja mentén állandó $\boldsymbol{\omega}_{pr} \ll \boldsymbol{\omega}$ precessziós szögsebességgel lassan körbevárandorol. A pörgettyű forgástengelyének ezt a mozgását *precessziós mozgásnak* nevezzük.



3. ábra. A súlyos pörgettyű precessziós mozgása.

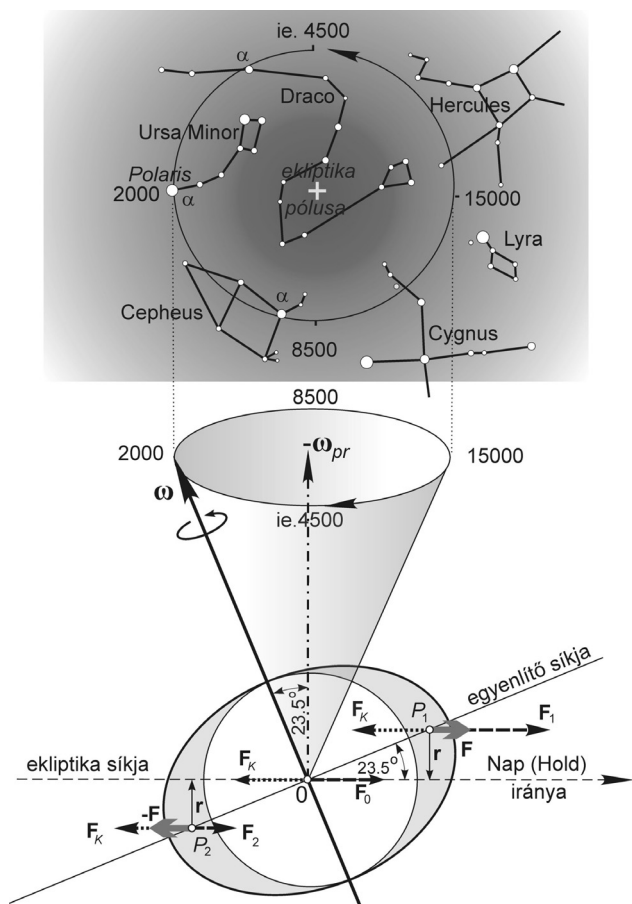
Ettől teljesen független az *erőmentes* (forgatónyomaték nélküli, súlypontjában alátámasztott) szimmetrikus pörgettyűk *nutációs* mozgása. A precesszióval ellentétben a nutáció során a test forgástengelye a szimmetriatengely körüli kúppalást mentén vándorol egyenletes sebességgel körbe, amennyiben forgástengely és a szimmetriatengely nem esik egybe [2, 3].

A luniszoláris precesszió

Földünk forgástengelye a külső erők hatására a fentiekben tárgyalt súlyos pörgettyű mozgásához teljesen hasonló mozgást végez, a különbség mindössze annyi, hogy a Föld esetében az $\boldsymbol{\omega}_{pr}$ vektor iránya (a forgástengely körbevárandorlásának iránya) ellentétes. Ennek oka az, hogy a 3. ábrán látható pörgettyűre olyan irányú forgatónyomaték hat, ami a forgástengelyét fekvő helyzetbe igyekszik hozni; a Föld esetében viszont a Napnak és a Holdnak az egyenlítői tömegtöbbletre gyakorolt vonzása olyan erőpárt hoz létre, amely a Föld forgástengelyének irányát az ekliptika síkjára merőlegesen felállítani igyekszik.

Vizsgáljuk meg részletesebben a Föld precessziós mozgását és ennek okát. A Föld jó közelítéssel forgási ellipszoid alakú, melynek az egyenlítői sugara (fél nagytengelyének hossza) mintegy 21 km-rel nagyobb a sarkok felé mérhető távolságnál (a fél kistengelyének hosszánál). Ugyanakkor a Föld egyenlítői síkja mintegy 23.5 fokkal hajlik a Föld keringési síkjához (az ekliptika síkjához), amelyben a Nap, és amelynek közelében a Hold és a bolygók találhatóak. Egyelőre az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk meg csupán a Nap tömegvonzásából adódó forgatónyomaték hatását. A Föld lényegében a Nap tömegvonzási erőterében végzi a keringését és dinamikus egyensúlyban van; vagyis a Napnak a Föld tömegközéppontjára ható \mathbf{F}_0 tömegvonzásával a Föld Nap körüli keringéséből származó - az \mathbf{F}_0 erővel egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú $-\mathbf{F}_K$ keringési centrifugális erő tart egyensúlyt. Ez a keringési centrifugális erő a Nap-Föld közös tömegközéppontja körüli excenter mozgás következtében a Föld minden pontjában azonos irányú és egyenlő nagyságú [4].

A gömbszimmetrikus tömegeloszlástól tapasztalható eltérés miatt osszuk a Földet a 4. ábrán látható belső gömbszimmetrikus tömegtartományra és az egyenlítő menti gyűrűszerű tömegtöbbletre. Legyen a Naphoz közelebb eső gyűrűrész tömegközéppontja P_1 , a távolabbi részé pedig P_2 . A Napnak a Föld gömbszimmetrikus tömegtartományára ható tömegvonzását úgy értelmezhetjük, mintha ez csak a gömb 0 tömegközéppontjában lépne fel. A gyűrűrészekre ható vonzóerőt viszont a P_1 és a P_2 tömegközéppontban ható vonzóerőkkel helyettesíthetjük. A Newton-féle tömegvonzási törvénynek megfelelően a P_1 -ben nagyobb, a P_2 -ben pedig kisebb vonzóerő hat, mint az 0 tömegközéppontban. A keringési centrifugális erő viszont mindhárom pontban ugyanakkora [4], ezért a P_1 -ben és a P_2 -ben a kétfajta erő nincs egymással egyensúlyban; a P_1 -ben a vonzóerő, a P_2 -ben a keringési centrifugális erő nagyobb. A két erő eredője a P_1 pontban: $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_K$, a P_2 pontban pedig $\mathbf{F} = \mathbf{F}_K - \mathbf{F}_2$. Ez a két egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú erő a 4. ábra síkjából merőlegesen kifelé mutató \mathbf{M} forgatónyomaték-vektort eredményez. A Naphoz hasonlóan a Hold is forgatónyomatékot fejt ki a Földre, sőt a Hold által keltett forgatónyomaték a Hold közelsége miatt jóval nagyobb. Az ily módon keletkező forgatónyomatékok együttes hatásának eredménye a Földnek a 4. ábrán bemutatott precessziós mozgása: az ún. *luniszoláris precesszió*.



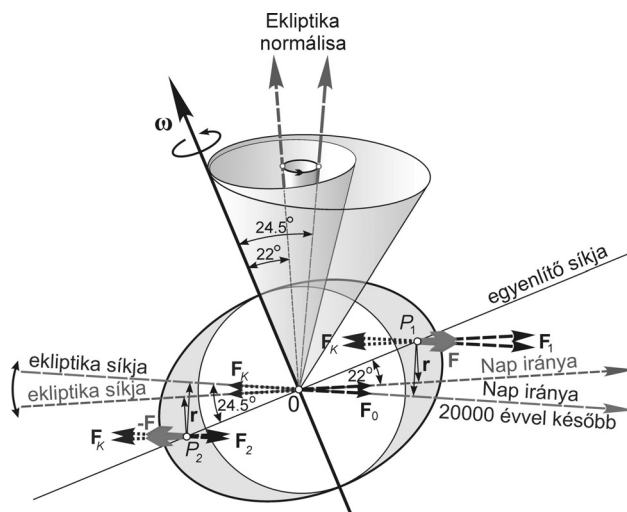
4. ábra. A luniszoláris precesszió.

A luniszoláris precesszió során a Föld forgástengelye, az ekliptika és az égi egyenlítő síkja 23.5° -os hajlásszögének megfelelően, $2 \times 23.5^\circ = 47^\circ$ -os nyílásszögű kúp palástja mentén mozog úgy, hogy egy teljes körüljárást közel 25 730 év alatt végez. Ez az 4. ábra tanúsága szerint azt jelenti, hogy a Föld forgástengelyének északi iránya kb. 5000 évvel ezelőtt az Alfa Draconis csillag közelébe mutatott, az égi pólus jelenleg az Alfa Ursa Minoris (Polaris) közelében van és kb. 5000 év múlva az Alfa Cephei közelében lesz. Így a jelenleg élő generációknak csupán véletlen szerencséje, hogy az égi északi pólus helyéhez közel viszonylag fényes csillag, a Sarkcsillag található.

A planetáris precesszió

Mivel a Naprendszer bolygói nem az Ekliptika síkjában keringenek a Nap körül, ezért tömegvonzási hatásukra a Föld keringési síkja állandóan lassú ingadozásban van a bolygók közepes pályasíkjához képest. Emiatt az ekliptika síkjának és az égi egyenlítő síkjának hajlásszöge közel 40 000 éves periódussal kb. 22° és 24.5° között ingadozik, vagyis az ekliptika normálisa közel 40 000 éves periódussal körbevándorol egy kb. 2.5 fokos nyílásszögű körkúp palástja mentén (5. ábra). Mivel így folyamatosan változik az ekliptika pólusának helyzete, az égi pólus mozgását ehhez viszonyítva, az ekliptika pólusának a mozgását is a forgástengely precessziós mozgásaként

észleljük. A jelenséget *planetáris precesszió*nak nevezzük.



5. ábra. A planetáris precesszió.

A planetáris precessziót tehát az ekliptika síkjának billegése okozza. Az Ekliptika pólusának ezzel a mozgásával 40 000 éves periódussal hol kissé szétnyílik, hol kissé összeháródik a precessziós kúp nyílásszöge, ily módon a luniszoláris precessziós kúp nyílásszöge nem stabilan 47° fok, hanem közel 40000 éves periódussal kb. $2 \times 22^\circ = 44^\circ$ és $2 \times 24.5^\circ = 49^\circ$ között ingadozik.

Valójában az történik, hogy az ekliptika síkjának mozgása miatt 40 000 éves periódussal folyamatosan más-más irányban látható a Földről a Nap és a Hold, és így az 5. ábra tanúsága szerint változik a P_1 és a P_2 résztömegközéppontok távolsága az ekliptika síkjától. Ezzel pedig folyamatosan változik (ingadozik) a precessziós mozgást előidéző forgatónyomaték, mivel változik az erő karja.

A luniszoláris és a planetáris precessziós mozgás eredője az *általános precesszió*, más néven a *normálprecesszió*. A normálprecessziós mozgás során az ekliptika pólusának változása miatt az égi pólus nem pontosan a 4. ábra felső részén látható körpálya mentén mozdul el, hanem az állócsillagokhoz viszonyítva a körpályát közelítő, de valójában *önmagában nem záródó görbe* mentén vándorol, és egy teljes körüljárás ideje is kissé megnő, közel 25 786 évre.

A precessziózavar

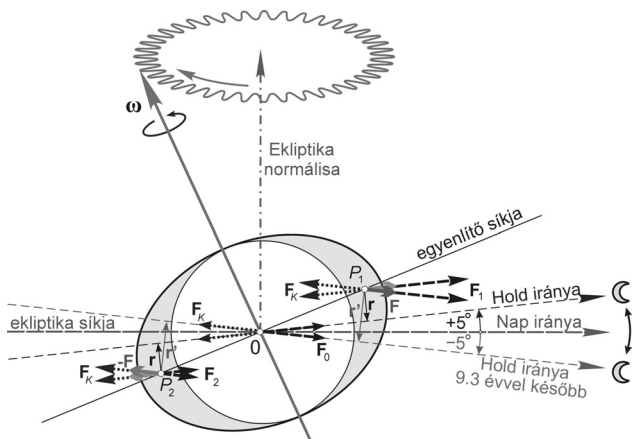
A Hold, a Nap és a bolygók Földhöz viszonyított relatív helyzetváltozásai következtében a Földre időben változó forgatónyomaték hat, ezért a normálprecessziós mozgásra különböző rövidebb periódusú ingadozások rakódnak. A forgástengely precessziós mozgásának ezen rövidperiódusú változásait sokan helytelenül *csillagászati nutáció*nak nevezik. Valójában ennek semmi köze a nutációhoz, csupán formailag megtévesztően hasonlít egy nutációs mozgás rövidebb hullámaihoz. Célszerű ezért ezt a jelenséget inkább *precessziózavarnak* nevezni.

A precesszió zavar több különböző periódusú és amplitúdójú mozgásból tevődik össze és rakódik rá a hosszú-periódusú (szekuláris) precessziós mozgásra.

A Nap és a Föld egymáshoz viszonyított helyzetváltozásai miatt két fontosabb periódusa van. A Nap által a Föld egyenlítői tömegtöbbletére kifejtett forgatónyomaték nagysága a Nap deklinációjának szögétől (a Föld egyenlítő síkja feletti magasságától) függ. A 4. ábra pl. a téli napforduló helyzetében ábrázolja a Földet, amikor $\delta = -23.5^\circ$. Ekkor és a nyári napforduló napján (amikor $\delta = +23.5^\circ$) a Nap maximális forgatónyomatékat fejt ki a Földre. A két helyzet között csökken, illetve növekszik a forgatónyomaték. A tavaszi és az őszi napéjegyenlőség pillanatában a Föld két egyenlítő tömegtöbbletének 4. ábrán értelmezett P_1 és P_2 súlypontja azonos távolságra van a Naptól, ekkor tehát a precessziót okozó forgatónyomaték nulla. Ennek megfelelően, a Nap deklinációjának változása miatt, féléves periódussal változik a Föld precessziós mozgása. Ehhez egyéves periódusú precessziós változás is járul, ami annak a következménye, hogy a Föld ellipszis alakú pályán kering a Nap körül és ezáltal egyéves periódussal változik a Naptól mért távolsága, illetve ennek megfelelően a forgatónyomaték.

Többek között teljesen hasonló jellegű, de rövidebb periódusú és nagyobb amplitúdójú változásokat okoz a Hold a Föld körüli keringése során. A Hold a Föld körüli pályáját közel 28 nap alatt futja be, ezért a Hold deklinációjának változása miatt adódó precessziós periódus kb. 14 napos, az ellipszispályán történő keringés miatti változó Föld-Hold távolságból származó periódus pedig 28 napos.

Van azonban a Hold mozgásának ezeknél jóval markánsabb hatása is. Ez annak a következménye, hogy a Hold más a síkban kering a Föld körül, mint amelyben a Föld kering a Nap körül. A Hold pályasíkja közel $5^\circ 09'$ szöveget zár be az ekliptika síkjával, a Hold pályasíkjának az ekliptika síkjával alkotott metszévonal (a holdpálya csomóvonal) pedig az ekliptika síkjában 18.6 éves periódussal hátráló irányban körbevándorol. Ennek következménye a precesszió szempontjából jól látható a 6. ábrán.



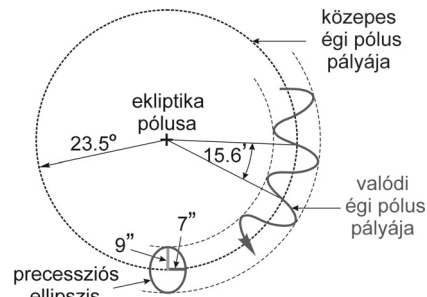
6. ábra. A precesszió zavar lunáris főtagjának hatása.

Ennek hatása pontosan hasonlít a planetáris precesszió 5. ábrán bemutatott hatásához. Valójában itt is az történik, hogy a holdpálya síkjának mozgása miatt 18.6 éves periódussal folyamatosan más-más irányban látható a Földről a Hold, és ezzel a 6. ábra tanúsága szerint folyamatosan változik a P_1 és a P_2 rész-tömegközéppontok távolsága a holdpálya síkjától. Ezzel pedig folyamatosan változik (ingadozik) a precessziós mozgást előidéző forgatónyomaték, mivel folyamatosan változik az erő karja.

A precesszió zavarának a holdpálya csomóvonal mozgásából származó tagja sokszorosan nagyobb, mint a precessziót alkotó összes többi ingadozás együttesen, ezért ezt a precesszió zavar lunáris főtagjának nevezzük.

A Föld forgási szögsebesség-vektora tehát az ekliptika síkjának a Föld tömegközéppontján átmenő normálisa körül jelenleg kb. 47° -os közepes csúcshözzel az 6. ábrán látható hullámos kúppalást mentén közel 26000 éves periódussal vándorol körbe. Ennek megfelelően az égi pólusok (az északi és a déli pólus) az ekliptika pólusaitól 23.5° közepes pólustávolságban hullámos körpálya mentén mozognak. A hullámok közül kiemelkedően legnagyobb a precesszió zavar lunáris főtagjának 18.6 éves periódusú hulláma. Az ekliptika pólusa körül az égi pólusok által leírt precessziós körön a precesszió zavar lunáris főtagjának mintegy $26000/18.6 \approx 1400$ hulláma van. Ezeknek a hullámoknak kb. $9''$ az amplitúdója (ennyi a forgástengely hajlásának ingadozása: az ún. ferdeségi tag), a hullámhossza pedig közel $15.6'$.

A precessziós mozgást a precesszió zavar főtagjával együttesen szokás a 7. ábrán látható ún. precessziós ellipszissel is szemléltetni. (Nem szerencsés a gyakorlatban eddig elterjedt nutációs ellipszis elnevezés, hiszen ennek a nutációhoz szintén semmi köze.) Eszerint az ekliptika pólusa körül 23.5° pólustávolságban a precessziós ellipszis középpontja vándorol egyenes sebességgel és tesz meg egy teljes kört közel 26000 év alatt, miközben a valódi (pillanatnyi) égi pólus a precessziós ellipszis mentén mozog 18.6 éves periódussal. A precessziós ellipszis $9''$ távolságú fél nagytengelye mindig az ekliptika pólusa irányába mutat, a $7''$ távolságú fél kistengelye pedig erre merőleges.



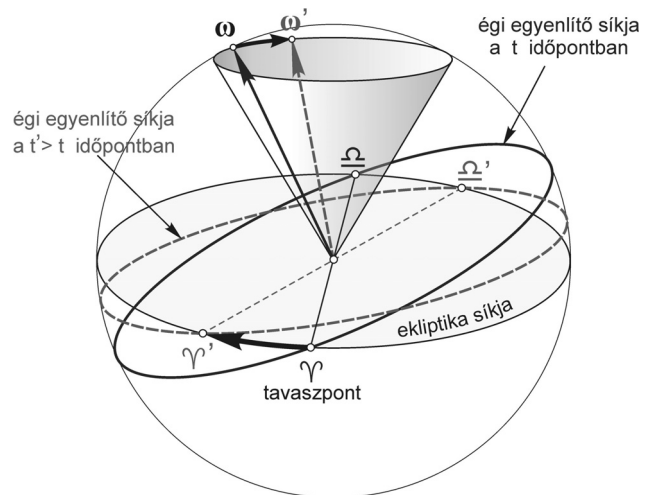
7. ábra. A precessziós ellipszis.

A fentiek alapján világosan látható, hogy a csillagászati nutáció helytelen elnevezés, egyrészt mert nem csillagászati, másrészt pedig nem is nutáció. Elvileg persze bármit bárminek elnevezhetünk, ebben azonban a szabadságunk mégsem teljes, mert egyaránt nem szerencsés, pl.

egy kislányt Ádámnak, vagy a precessziót nutációnak nevezni. A Hold, a Nap és a bolygók Földhöz viszonyított relatív helyzetváltozásai miatt az időben változó forgatónyomaték következtében kialakuló rövidebb periódusú ingadozások nem nevezhetők fizikai értelemben nutációnak. Az érintett égitestek bonyolult mozgása miatt ugyanis a precessziót előidéző forgatónyomaték változik, ami következtében a Föld tömege a hozzá képest rögzített helyzetű forgástengelyével együtt végzi a *változó* precessziós mozgását. Ezzel szemben a nutációs mozgás során a Föld forgástengelye nem együtt mozog a Föld tömegével, hanem bármiféle forgatónyomaték hatásától függetlenül, a Föld tömege illetve a szimmetriatengelye különváltva a forgástengelytől végzi a bonyolult sajátmozgását (ami pusztán abból adódik, hogy a forgás nem pontosan a szimmetriatengely körül történik). Egyszerűbben fogalmazva a *precessziós mozgásért a Földön kívüli tömegek forgatónyomatéka felelős, a nutációs mozgásban viszont kizárólag a Föld saját tömegének (tömegeloszlásának) a forgástengelyéhez viszonyított helyzete játszik szerepet.*

A precesszió csillagászati és geodéziai hatása

A Föld precessziós mozgása a csillagászati megfigyelések szempontjából abban nyilvánul meg, hogy az égi pólus (a Föld forgástengelyének és az éggömbnek a metszéspontja) az ekliptika pólusa körül lassan körbevándorol (8. ábra). Mivel az égi egyenlítő síkja merőleges a Föld forgástengelyére, ezért a forgástengely irányának elmozdulása az égi egyenlítő síkjának elfordulásával is jár. Ennek megfelelően az ekliptika és az égi egyenlítő síkjának metszésvonalában levő Υ tavaszpont is elmozdul az ekliptika mentén, ami viszont a csillagászatban használatos ekvatoriális (égi egyenlítői) koordináta-rendszer kiinduló iránya. Így a normálprecesszió és a precessziózavar az égitestek égi egyenlítői koordinátáinak (α rektaszenciójának és δ deklinációjának) folyamatos változását okozzák.



8. ábra. A tavaszpont precessziós vándorlása.

Mivel a Föld tömege a forgástengelyével együtt végzi a leírt precessziós mozgásokat, a földfelszíni pontoknak a forgástengelyhez viszonyított földrajzi koordinátái a precessziós mozgástól függetlenek. Így a földi koordináták, a szintfelületi földrajzi szélesség és hosszúság értékek a normálprecesszió és a precessziózavar hatására nem változnak.

A Föld nutációs mozgásával (a pólusmozgással) a következő cikkben foglalkozunk.

Irodalom

1. Hraskó P.: Merre mutat a Föld forgástengelye? *Fizikai szemle* 62 (2012) 376.
2. Völgyesi L.: A pólusmozgás fizikai alapjai. *Geomatikai Közlemények V. Sopron, (2002)* 55.
3. Völgyesi L.: A Föld precessziós mozgásának fizikai alapjai. *Geomatikai Közlemények V. Sopron, (2002)* 75.
4. Völgyesi L.: *Geofizika. Műegyetemi Kiadó, Budapest, (2002).*